Решения задач
Beyond Olympiad #2
по физике

27 февраля 2022

Предисловие

Перед тем, как вы начнёте читать и разбирать решения, мы предлагаем прочитать правила, по которым мы оцениваем работы

- Перенос ошибки работает только в рамках разных пунктов. Если вы в решении ошиблись, то все баллы, связанные с ошибкой, считаются за ошибку, но в следующем пункте баллы уже не снимаются
- Неправильное численное значение полученное исключительно из-за переноса ошибки, но являющееся правильным в рамках вашей работы, считается правильным
- Частичные баллы не проставляем, если не оговорено иначе в марк-схеме
- Если вы не написали формулу, но из решения очевидно, что вы её использовали, балл будет проставлен
- Если балл прописан одновременно за буквенную запись ответа и его численное значение, то даётся половина балла, если участник неправильно посчитал численно из верного уравнения

Младшая лига

1 Игры со льдом

Приносим извинения, в условиях произошла опечатка и вместо $m_2 = 300$ г вышло $m_2 = 30$ г. Мы не стали снимать задачу с общего рейтинга, так как все решали её в русском варианте (в казахском варианте этой ошибки нет) и оценили её у всех. Сначала будет решение условия как было на туре, а потом решение изначальной задачи.

Решение задачи из условия

Найдём теплоту: Методом перебора (или любым другим) приходим к тому, что в системе вода будет охлаждаться, а лёд — нагреваться и полностью таять. Найдём теплоту:

1. Выделяющуюся при охлаждении воды до t_x:

$$Q_1 = c_1 \rho V_1 (t_1 - t_x)$$

2. Расходующуюся при нагреве льда до t_x:

$$Q_2 = c_2 m_2 (0°\text{C} - t_2) + \lambda m_2 + c_1 m_2 (t_x - 0°\text{C})$$

3. Изменения температуры термоса от t_0 до t_x:

$$Q_3 = C(t_x - t_0)$$

За каждое слагаемое даётся ***(0.5 балла)***

Запишем закон сохранения энергии:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Подставляя Q_1, Q_2, Q_3 в верхнюю формулу получаем

$$t_x = \frac{c_1 \rho V_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 - \lambda m_2 + C t_0}{c_1(\rho V_1 + m_2) + C} = 30.35°\text{C} \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Решение задачи, как задумывалалсь

Найдём теплоту:

1. Выделяющуюся при охлаждении воды и термоса до 0°C **(0,5 балла)**

$$Q_1 = c_1 \rho V_1 (t_1 - 0) + C (t_0 - 0) = 94 \text{ кДж}$$

2. Выделяющуюся при полной кристаллизации воды **(0,5 балла)**

$$Q_2 = \lambda \rho V_1 = 167 \text{ кДж}$$

3. Затрачиваемую при нагреве льда до 0°C **(0,5 балла)**

$$Q_3 = c_2 m_2 (0 - t_2) = 12.6 \text{ кДж}$$

4. Затрачиваемую при полном плавлении льда **(0,5 балла)**

$$Q_4 = \lambda m_2 = 100 \text{ кДж}$$

Если сравнить энергию на нагрев и плавление льда, с энергией от охлаждения воды и термоса: $Q_1 < Q_3 + Q_4$ **(0.75 балла)**, то есть энергии от охлаждения воды не хватает на полное плавление льда. Если же рассматривать полную кристаллизацию льда, то тоже выходит неравенство: $Q_3 < Q_1 + Q_2$ **(0.75 балла)**, – энергия от нагрева льда слишком мало, чтобы уравновесить энергию от полной кристаллизации воды и охлаждение термоса.

Получается, что не будет ни полного плавления льда, ни полной кристаллизации воды. А значит $t_x = 0°\text{C}$ **(1,5 балла)**. Запишем закон сохранение энергии при частичном плавлении льда:

$$Q_1 = Q_3 + \lambda m$$

$$m = \frac{Q_1 - Q_3}{\lambda} = 0.24 \text{ кг} = 240 \text{ грамм}$$

Если бы в данной формуле у нас получился минус, значит происходил бы процесс обратный плавлению — кристаллизация. Ответ не противоречит модели, значит модель можно считать правильной.

Эту задачу можно проделать и другим способом – найти энергию:

1. *Затрачиваемую на нагрев бывшего льда, воды и термоса от $0°C$ до t_1:*

$$Q_5 = (c_1(\rho V_1 + m_2) + C)(t_x - 0°\text{C}) \qquad \textbf{\textit{(0.5 балла)}}$$

2. *Выделяемую при охлаждении бывшей воды, льда и термоса от $0°C$ до t_2:*

$$Q_6 = (c_2(\rho V_1 + m_2) + C)(0°\text{C} - t'_x) \qquad \textbf{\textit{(0.5 балла)}}$$

И находим температуры t_x и t'_x:

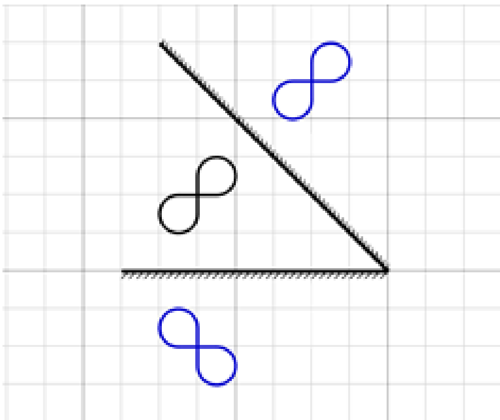
$$t'_x = \frac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{C + c_2 m_2 + c_2 \rho V_1} = 114°\text{C} \qquad \textbf{\textit{(0.25 балла)}}$$

$$t_x = \frac{Q_3 + Q_4 - Q_1}{-C - c_1 m_2 - c_1 \rho V_1} = -4.82°\text{C} \qquad \textbf{\textit{(0.25 балла)}}$$

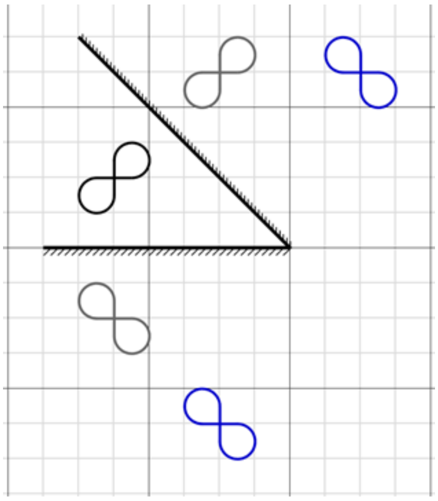
В первом случае ответ должен быть меньше нуля, а во втором – больше, значит выходит противоречие и нужно записать закон сохранения энергии для неполного перехода. Мы не рекомендуем использовать этот метод, так как в нём присутствуют более длинные вычисления и шанс ошибиться больше ***(1.5 балла)***

2 Зеркала (8 баллов)

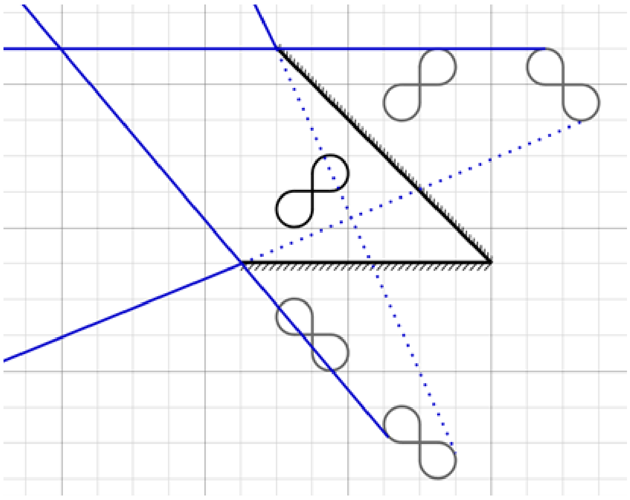
Сначала нужно построить первичные отражения объекта **(0.5 балла за каждое)**:



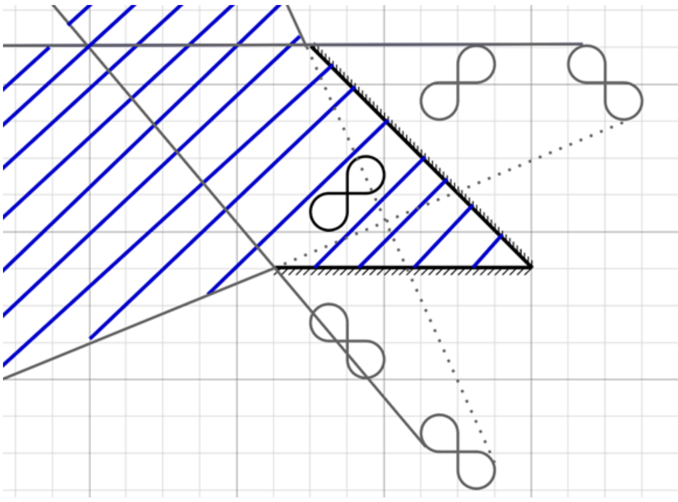
Теперь строим отражения от отражений. Отражение в верхнем зеркале отражается в нижнем зеркале, отражение в нижнем зеркале отражается в верхнем зеркале. **(1.25 балл за каждое)**



Теперь проводим критические лучи, которые находятся на границах области, где видно одно вторичное изображение (часть лучей пунктирная, потому что на бесконечности именно часть зеркала определяет их границу области видимости, а не ограниченность зеркал **(0.75 балла за каждый луч)**)



Остаётся закрасить пересечение области видимости для каждого вторичного изображения. **(1.5 балла)**

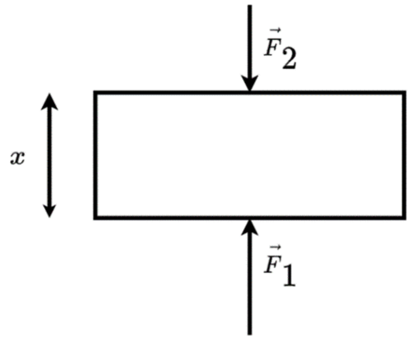


*Каждый правильный пункт оценивается с коэффициентом в **0.5** за неаккуратный рисунок (пропорции не соблюдены/ прямые – не прямые) или за отсутствие расстояний если рисунок выполнен на бумаге без сетки*

3 График Паскаля (8 баллов)

Пролог. Происхождение силы Архимеда

Сила Архимеда возникает из-за разности давлений воды над телом, погруженным в воду, и под ним. Рассмотрим тело цилиндрической формы, с площадью сечения S, и толщиной x, верхняя грань которого погружена в воду на глубину h. На него вода давит сверху и снизу (результирующая сила бокового давления равна нулю).



$$F_2 = p_2 S = \rho g h S$$

$$F_1 = p_1 S = \rho g \left(h + x\right) S$$

И тогда можно найти силу Архимеда используя $\vec{F_A} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$, или же если записывать проекции на ось Oy (которая направлена вверх):

$$F_A = F_1 - F_2 = \rho g \left(h + x\right) S - \rho g h S = \rho g x S$$

Объем тела: $V = xS$, и тогда:

$$F_A = \rho V g$$

Что и является всеми известной формулой. Ну а теперь можно приступить к решению задачи.

Решение

В данной задачи нужно рассмотреть несколько состояний диска.

1. Диск лежит вплотную ко дну, то есть воды снизу диска нет (поэтому нет и давления снизу), $h = 0$ **(0.8 балла)**, поэтому:

   $$p_w = \rho S g (H - d) \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

   Запишем второй закон Ньютона

   $$f(h) + N = mg + p_w$$

   Где N — сила реакции дна сосуда на диск, или если учитывать, что чем сильнее тянем динамометр, тем меньше сила:

   $$f(h)_{max} = p_w + \rho_0 S d g \qquad \textbf{(0.4 балла)}$$

   $$f\left(h\right) \le \rho_0 S d g + \rho S g \left(H - d\right) = F_0 \qquad \textbf{(0.3 балла)}$$

   На графике это будет выглядеть как вертикальный отрезок от нуля до F_0 *Если в последней формуле не будет знака $\le$, то* ***-0.2 балла***

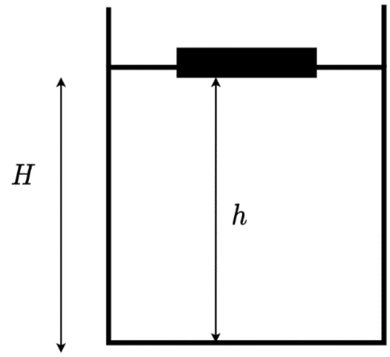
2. Диск находится в толще воды, $0 < h < (H - d)$ **(0.6 балла)**. В данном состоянии на диск действует сила Архимеда, сила тяжести и натяжение динамометра.

$$F_A + f(h) = F_T \qquad \textbf{(0.4 балла)}$$
$$f(h) = (\rho_0 - \rho) Sdg \qquad \textbf{(0.4 балла)}$$

Данная функция является прямой, параллельной оси абцисс

3. Диск частично погружен в воду: $(H - d) < h < H$ **(0.8 балла)**. На диск действую те же силы, только теперь нужно учитывать, что объем погруженной части не равен объему диска.

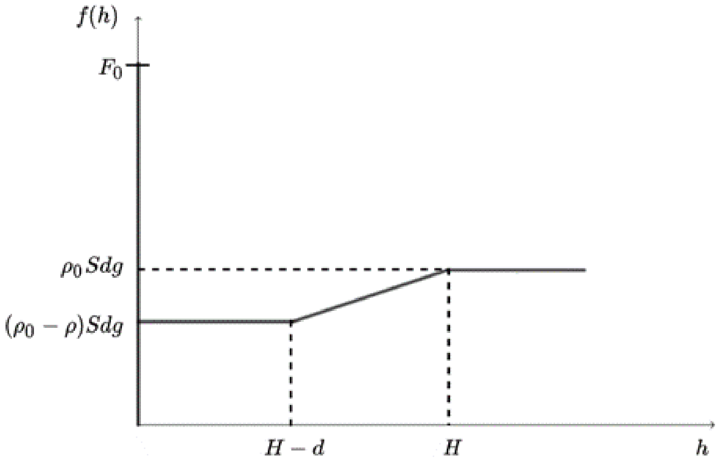
$$F_A = \rho g S (H - h) \qquad \textbf{(0.6 балла)}$$
$$f(h) = (\rho_0 d - \rho (H - h)) Sg$$
$$f(h) = (\rho_0 d + \rho h - \rho H) Sg \qquad \textbf{(0.6 балла)}$$



То есть, значение линейно возрастает от $f(h) = (\rho_0 - \rho) Sdg$ до $f(h) = \rho_0 Sdg$

4. Диск находится в воздухе $(h > H)$ **(0.8 балла)**, где на него действуют только сила тяжести и сила динамометра, значит: $f(h) = \rho_0 Sdg$ **(0.8 балла)**

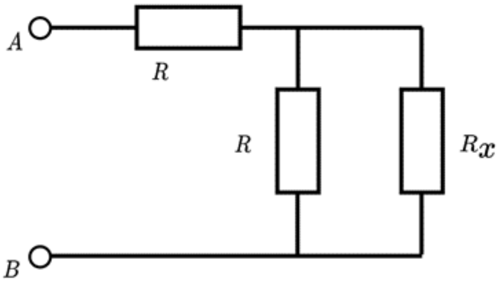
По полученным граничным значениям строим график **(0.25 балла за каждый рассмотренный случай)**



4 Бесконечность – не предел (9 баллов)

1. R_x подключен параллельно к резистору сопротивлением R, и этот участок цепи подключен последовательно к резистору с сопротивлением R, поэтому сопротивление цепи:

$$R_{AB} = R + \frac{RR_x}{R+R_x} = R_x \text{ } \mathbf{(1.5\ балла)}$$



Преобразуя это приходим к квадратному уравнению, решением, которого является:

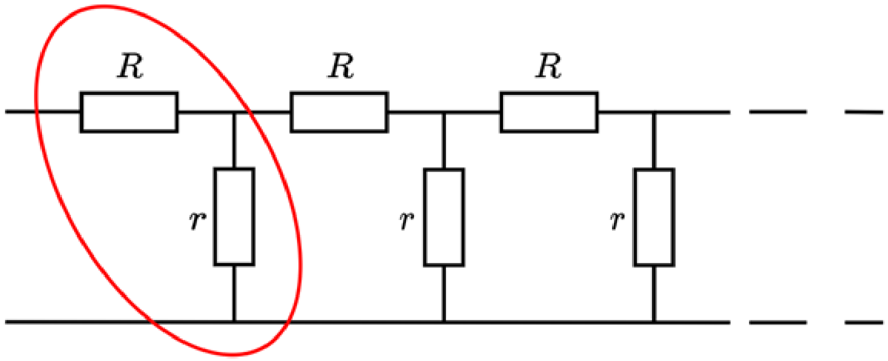
$$R_x = \frac{R}{2}\left(1 \pm \sqrt{5}\right)$$

Но так как сопротивление не может быть отрицательным:

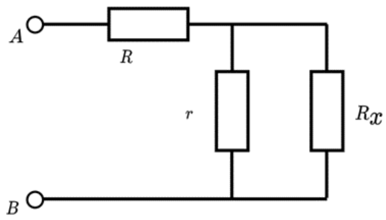
$$R_x = \frac{R}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right) \qquad \mathbf{(1\ балл)}$$

Если в конечном ответе стоит ±, то ***-0.3 балла***

2. Как можно заметить, участок цепи, обведённый красным, повторяется **(0.5 балла)**



И так как $\infty - 1 = \infty$, то если мы возьмём всю остальную цепь, то она будет такой же длины, как и начальная цепь. Или же, если заменить цепь на резистор, сопротивлением *должно быть показано словами, формулой или рисунком* R_x **(2.5 балла)**:

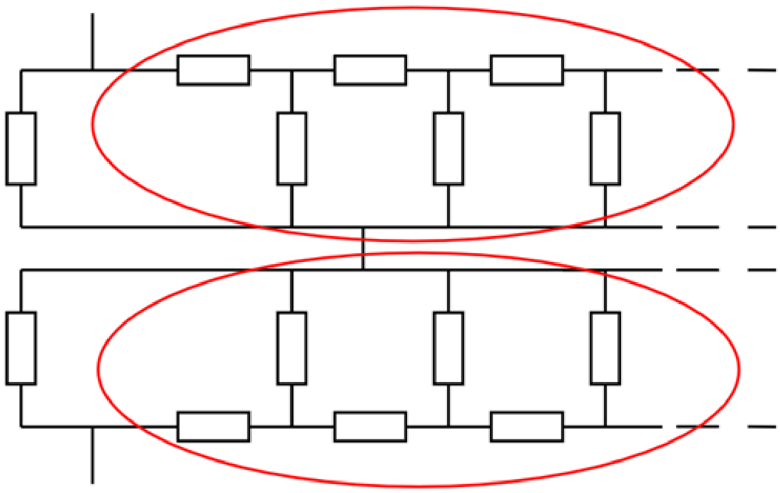


Соответственно, можно провести расчёты, аналогичные расчётам из пункта 1.

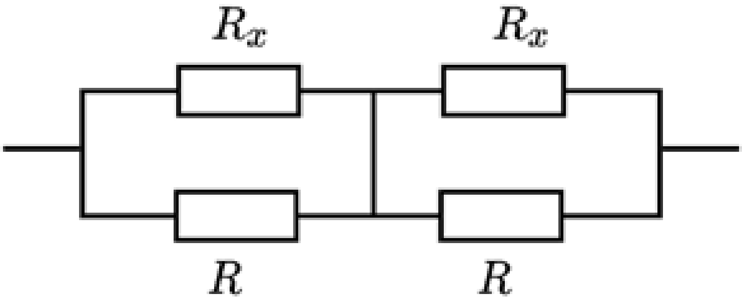
$$R_x = R + \frac{rR_x}{r+R_x} \textbf{(0.5 балла)} \Rightarrow R_x = \frac{R}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4r}{R}}\right) \textbf{(0.5 балла)}$$

Если в конечном ответе стоит ±, то ***- 0.3 балла***

3. Как известно, точки с нулевой разностью потенциалов, можно растащить вдоль проводника, поэтому, можно нарисовать эквивалентную цепь **(1.5 балла за рисунок)**:



Участки, обведённые красным, являются ничем иным, как бесконечными цепями из пункта, поэтому их можно заменить на резисторы с сопротивлением R_x. И тогда, цепь сводится к простой цепи **(0.5 балла за рисунок)**.



Сопротивление этой цепи:

$$R_0 = 2\frac{R_x R}{R_x + R} \qquad \textbf{(0.3 балла)}$$

$$R_0 = 2 \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} R = (\sqrt{5}-1)R \qquad \textbf{(0.2 балла)}$$

Старшая лига

1 Солянка

1.1 Теплопроводник (4 балла)

При соударении о торец стенки с температурой $T_1 = 27°\text{C} = 300$ K молекула обретает кинетическую энергию

$$\varepsilon_1 = \frac{mv_1^2}{2} \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

где

$$m = \frac{\mu}{N_A} \qquad \textbf{(0.5 баллов)}$$

– масса молекулы (N_A – число Авогадро). Аналогично при ударе о другую стенку $\varepsilon_0 = \frac{mv_0^2}{2}$. Интервал времени между двумя последовательными соударениями молекулы об определённую стенку равен

$$\Delta t = L\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_0}\right) \qquad \textbf{(0.5 баллов)}$$

Теперь можно вычислить мощность теплопередачи. В среднем, одна молекула передаёт мощность

$$p = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\Delta t}. \qquad \textbf{(0.5 баллов)}$$

Так как в теплопередаче участвует

$$N = \nu N_A \qquad \textbf{(0.5 баллов)}$$

молекул, то искомый ответ выражается как **(1 балл)**

$$P = Np = \frac{\mu\nu}{2L}\,\frac{v_1^2 - v_2^2}{1/v_1 + 1/v_2} = \frac{\mu\nu}{2L}\,v_1 v_2 (v_1 - v_2) = \frac{\mu\nu}{2L}\left(\frac{R}{2\mu}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{T_1 T_0}\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_0}\right)$$

Численно $P = 25$ Вт **(0.5 баллов)**.

1.2 Удар с проскальзыванием (3 балла)

Так как здесь играют роль ударные силы, можно записать изменение импульса и момента импульса цилиндра. С учётом направления, модуль изменения импульса цилиндра в горизонтальном направлении:

$$\Delta p = m\left(v_0 + v\right). \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Цилиндр вращается против часовой стрелки (из рисунка в условии), значит сила трения в процессе удара направлена вверх. Так как сила трения и сила реакции стенки связаны соотношением $F = \mu N$, то цилиндр получит импульс $\Delta p' = \mu p$ **(0.5 балла)**, направленный вверх. Итоговый момент импульса, сообщаемый цилиндру, идёт на изменение его угловой скорости:

$$\Delta p\prime \cdot R = J\left(\omega_0 - \omega\right), \qquad \textbf{(1 балл)}$$

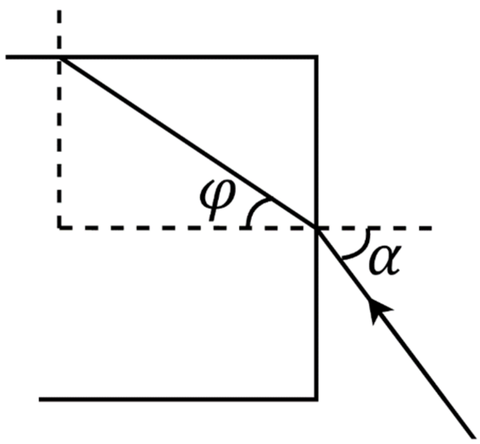
Используя $J = mR^2$, $\omega_0 = v_0/R$, $v = v_0/2$, получаем

$$\omega = \frac{v_0}{R}\left(1 - \frac{3}{2}\mu\right) = \frac{v_0}{10R} \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Ответ получился положительным, значит вращение не изменило своего направления.

1.3 Оптоволокно (3 балла)

Ход луча показан на рисунке справа. Чтобы он испытывал полное отражение, нужно соблюдение условия



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) > \frac{1}{n}, \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Теперь, используя закон преломления $\sin\alpha = n\sin\varphi$ **(0.5 балла)**, выразим верхнее уравнение. Так как $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi}$, то, подставляя, получаем

$$\sin\alpha < \sqrt{n^2 - 1}. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Чтобы можно было принимать весь сигнал, нужно $\alpha = \frac{\pi}{2}$ **(0.5 балла)**, то есть $n > \sqrt{2}$. **(0.5 балла)**.

Если конечный ответ к первому вопросы верный, но будет записан через арк-функции (варианты: $\sin\alpha < n\cos\left(\arcsin\frac{1}{n}\right)$ или $\sin\alpha < n\sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1}{n}\right)$), то ***-0.5 балла***.

2 Минимальная энергия (10 баллов)

1. Запишем силы, действующие на шарик во вращающейся системе отсчёта (см. рисунок в условии). В горизонтальном направлении

$$m\omega^2 r_0 = N\cos\alpha, \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

а в вертикальном

$$mg = N\sin\alpha. \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Расстояние от оси вращения $r_0 = h_0 \tan\alpha$ **(0.5 балла)**. Решая эти уравнения, получаем

$$h_0 = \frac{g}{\omega^2 \tan^2\alpha}. \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Рассчитаем потенциальную энергию E шарика в этом положении. Эта потенциальная энергия складывается из потенциальной энергии силы тяжести относительно вершины конуса и энергии центробежной силы.

$$E = -\frac{m\omega^2 r^2}{2} + mgh = \frac{-m\omega^2\tan^2\alpha}{2}h^2 + mgh. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Как видно, потенциальная энергия шарика является квадратичной функцией от h. Согласно математической подсказке, это выражение имеет минимум при

$$h_0 = -\frac{mg}{2\cdot\frac{-m\omega^2\tan^2\alpha}{2}} = \frac{g}{\omega^2\tan^2\alpha}, \qquad \textbf{(1 балл)}$$

что совпадает с нашим решением через законы Ньютона.

2. Чтобы спутник вращался по круговой орбите радиуса R, его скорость должна быть равна первой космической $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ **(0.5 балла)**. Потенциальная энергия, как известно, равна $\Pi = -\frac{GMm}{R}$ **(0.5 балла)**. Полная механическая энергия выражается в виде суммы кинетической и потенциальной энергий

$$E_0 = \frac{mv^2}{2} + \Pi = \frac{m}{2}\frac{GM}{R} - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{2R}. \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Следует обратить внимание на то, что итоговая энергия получилась отрицательной.

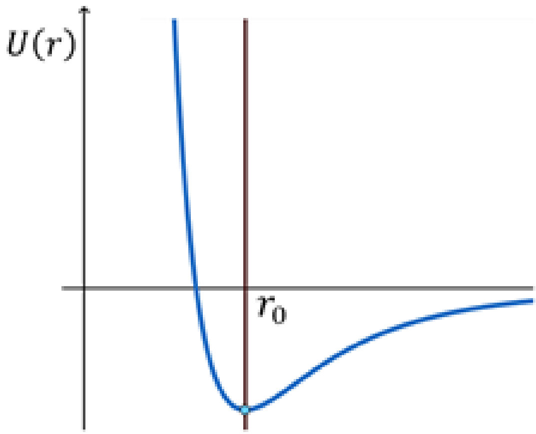
Чтобы спутник преодолел притяжение планеты, его скорость должна быть больше второй космической $v > \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ **(0.5 баллов)**. В случае, когда скорость в точности равна $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$, то при записи выражения для полной энергии мы получаем $E = 0$ (поскольку вторая космическая скорость как раз определяется из этого условия). Это значит, что полная механическая энергия спутника должна быть неотрицательной, т.е. $E_1 \geq 0$. **(1 балл)**

3. Положению равновесия соответствует минимум потенциальной энергии взаимодействия молекул. Возьмём экстремум $\frac{dU}{dr} = 0$:

$$-12\frac{a}{r_0^{13}} + 6\frac{b}{r_0^7} = 0. \qquad \textbf{(0.5 баллов)}$$

Отсюда $r_0 = \sqrt[6]{\frac{2a}{b}}$ **(1 балл)**.

Для того, чтобы нарисовать график, нужно понимать некоторые особенности заданной в условии функции. На малых расстояниях молекул друг от друга значительный вклад в потенциальную энергию вносит первое слагаемое a/r^{12}, причём с увеличением расстояния потенциальная энерги уменьшается до минимального значения за счёт второго слагаемого $-b/r^6$. На больших расстояниях потенициальная энергия ассимтотически стремится к нулю. Учитывая сказанное выше, нарисуем схематический график так, как это сделано на рисунке справа



(1 балл за схематический рисунок и 0.5 баллов за обозначение r_0)

3 Электрические силы натяжения. (10 баллов)

1. Достаточно записать верную формулу для ёмкости конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

По определению, E равняется

$$E = \frac{U}{d}. \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

2. Энергия конденсатора определяется формулой

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}U^2. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Объёмная плотность энергии u определяется делением W на объём пространства конденсатора

$$u = \frac{W}{Sd} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Очень важно записывать ответ в терминах E, поскольку в этом выражении нет никаких параметров, определяющих геометрические свойства конденсатора.

3. Воспользуемся результатом пункта **2** и найдём энергию конденсатора с частично втянутым диэлектриком. Пусть геометрические размеры пластин конденсатора равны $a \cdot b$, а сам диэлектрик заполняет конденсатор по длине x. Тогда плотность энергии в заполненной диэлектриком части равна $u_1 = \frac{\varepsilon_0}{2}(U/d)^2$, а это приходится на объём $V_1 = bxd$. Соответственно и $u_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}(U/d)^2$ на объём $V_2 = b(a-x)d$. Тогда $W = u_1V_1 + u_2V_2$ **(1 балл)**, либо

$$W = \frac{\varepsilon_0 bU^2}{2d}\left((\varepsilon - 1)x + a\right). \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Эту энергию можно получить, используя несколько другой подход. Можно заметить, что такой конденсатор можно представить, как параллельно соединённые конденсаторы, из которых один воздушный ($C_1 = \frac{\varepsilon_0(a-x)b}{d}$) ***(0.25 баллов)****, а другой заполнен диэлектриком ($C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 xb}{d}$)* ***(0.25 баллов)****. Тогда $C = C_1 + C_2$* ***(0.5 баллов)****, и соответствующая энергия вычисляется как обычно: $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 bU^2}{2d}\left((\varepsilon-1)x + a\right)$* ***(1 балл).***

Из этого следует, что скорость изменения энергии равна

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)bvd}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

4. Работа сил натяжения уходит на изменение электрической энергии ($A + \Delta U = 0$, внешняя теплота не подводится):

$$pS\Delta x + (u_1 - u_2)S\Delta x = 0 \;\Rightarrow p = u_2 - u_1. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Выражая плотности энергии, можно получить выражение

$$p = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad \textbf{(0.5 балла)}$$

Направление выбрано вверх, а из условия $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ следует, что p так же направлено вверх **(0.5 балла)**.

5. Применим результат пункта **4** к этой задаче. Появляющаяся сила натяжения уравновешивается с гидростатическим давлением воды:

$$\rho gh = p = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}(\varepsilon - 1). \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Отсюда

$$h = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)U^2}{2\rho g d^2} = 83.2 \text{ мкм.} \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Отметим, что явление втягивания воды из-за электростатического натяжения практически не наблюдается, так как влияние капиллярных эффектов значительно выше (при условии полного смачивания та же высота составила бы около 15 мм, вы можете проверить это сами).

*Данный пункт может быть решён и чисто энергетическим методом. Используя выражение для W из пункта **3** и отнимая от него потенциальную энергию воды $\rho g \cdot bdh \cdot h/2$ (отнимать здесь нужно по той причине, что мы ищем итоговую энергию конденсатора, которая равна сумме энергий электрического поля и убыли потенциальной энергии воды), получим*

$$W' = \frac{\varepsilon_0 b U^2}{2d}\left((\varepsilon - 1)\, h + a\right) - \rho g \cdot \frac{bdh^2}{2}. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

*Из условия равновесия воды следует, что нужно взять экстремум этого выражения $\frac{dW'}{dh} = 0$. Из этого и последует нужный ответ **(1 балл)**.*