

**Комплект задач
Beyond Olympiad #1
по физике
10 классы
24 июня 2021**

Регламент олимпиады

На выполнение олимпиады Вам дается 4 часа. Начало олимпиады: 10:00 по времени Алматы, конец олимпиады – 14:00. По завершении ваши решения необходимо отправить с помощью платформы [Gradescope](https://gradescope.com). (Инструкции по отправке см. ниже.)

Инструкция по выполнению и оформлению:

Выполнять задания Вы можете в любом порядке, при этом **необходимо**

- Оформлять каждую задачу на отдельном листе;
- Вверху листа писать номер задачи, но при этом **запрещается** писать ФИО, инициалы или какие-либо другие личные идентификаторы.
- Если решение задачи требует больше одного листа, то в конце страницы следует написать (Продолжение задачи номер __ на следующей странице). При этом вверху следующей страницы необходимо пометить, что это является продолжением определенной задачи;
- **Рекомендуется** придерживаться понятного и разборчивого почерка, избегать грязи и зачеркиваний.

Инструкции по отправке решений:

Необходимо завершить выполнение заданий не позднее 14:00 по времени Алматы. По окончании работы, вам необходимо объединить сканы ваших решений в один pdf-файл. Отметим, что в Google Play и AppStore есть множество приложений (PDF scanner, scanner app, scanbot и другие), предназначенных для этих целей. PDF-файл необходимо загрузить на сайт gradescope.com. Код курса: **P536BW**.

Памятка участнику:

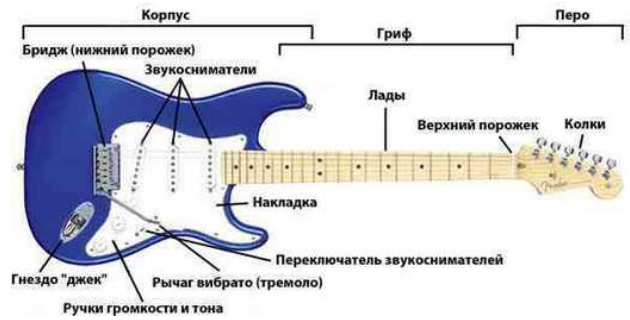
- Из канцелярских принадлежностей **разрешаются только**: карандаши, ручки, ластик, линейка, циркуль и калькулятор.
- **Строго запрещается** пользоваться помощью посторонних людей и дополнительной литературой, включая интернет-источники и учебные пособия.
- Попытки списывания и нарушения академической честности будут наказаны **баном** на ask.bc-pf.org сроком на год.

Результаты будут оглашены до 10 июля 2021 года.

При наличии вопросов по проведению олимпиады следует также писать на форум ask.bc-pf.org или в официальные аккаунты соц. сетей ОФ “Beyond Curriculum”.

Задача 1. Физика электрогитары (10 баллов)

Изобретение электрогитары в первой половине XX века зачастую ассоциировано с зарождением рок-музыки. В этой задаче мы рассмотрим основные принципы работы этого музыкального инструмента



На рисунке 1 изображено строение шестиструнной электрогитары Fender Stratocaster. Звук создаётся щипком струн, создавая колебания, причём чем толще струна, тем ниже тон (нумерация идёт от 1 до 6 начиная с самой тонкой струны). Ясное дело, частота этих колебаний зависит как от характеристик самой струны и свойств окружающей среды, так и от свободной длины струны L . Эта длина может искусственно регулироваться, если гитарист будет зажимать лады (их нумерация идёт справа налево согласно рисунку), так как при этом струна прижимается к порожку грифа (выступ, служащий границей между ладами).

В этой задаче вам пригодятся следующие данные:

Плотность стали $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$.

Коэффициент теплового расширения для стали $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ К}^{-1}$.

Модуль Юнга для стали $E = 200 \text{ ГПа}$.

Длина свободной струны $L_0 = 65 \text{ см}$.

Диаметр первой струны $d_e = 0.23 \text{ мм}$.

Частота звука открытой первой струны $f_e = 330 \text{ Гц}$.

Для малых x и любых β :

$$\sin x \approx \tan x \approx x.$$

$$(1 + x)^\beta \approx 1 + \beta x.$$

- а) Рассмотрим такую модель колебания струны: вся масса свободной части струны сосредоточена в центре её длины (необязательно L_0 !). Выведите формулу для периода малых колебаний первой струны τ в зависимости от силы натяжения струны T . **(1 балл)**

Из математического анализа процесса колебания струны можно вывести формулу частоты издаваемого струной звука:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{TL}{m}},$$

где m – масса струны.

- б) Чему равна сила натяжения T_e первой струны? **(1 балл)**

- с) Пусть струна прижата на n -ом ладу. Частота звука, издаваемого струной, прижатой к $n + 1$ -ому ладу, должна быть выше на полтона (т.е.

отношение их частот равно $\sqrt[12]{2}$). Выведите зависимость ширины лада H_n от его порядкового номера n , если открытой струне соответствует $n = 0$ и составьте таблицу численных значений H_n и частоты звука f_n для $1 \leq n \leq 6$. **(2 балла)**

Чтобы настроить все шесть струн электрогитары, можно проверять их определённым образом на слух. Каждая следующая гитарная струна настроена правильно, если при зажатом 5-ом ладе она издаёт звук той же частоты, что открытая предыдущая струна; для калибровки третьей струны относительно второй, её следует прижимать к 4-ому ладу.

- d) Полагая, что силы натяжения всех струн одинаковы (однако это не совсем так), вычислите диаметры всех струн. **(1.5 балла)**

Гитарный строй может нарушиться из-за повышения температуры. Некоторая гитара была настроена ранним утром, однако в жаркий летний день температура повысилась на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$.

- e) Насколько изменилась частота звуковых колебаний Δf_e для первой струны? Высота звука стала выше или ниже? **(2 балла)**

Рассмотрим одну из техник игры на гитаре, название которой – Bending (частотное вибрато). Суть её заключается в том, что можно повышать высоту извлекаемого звука, «подтягивая» струну, прижатую к определённому ладу, поперёк порожка. Это смещение достаточно мало по сравнению с длиной струны.



- f) Предположим, мы прижали одним пальцем $n = 5$ лад первой струны. На какое расстояние x нужно сместить струну, чтобы получить высоту звука на полтона выше? **(2.5 балла)**

Автор задачи: Алишер Еркебаев.

Задача 2. Определение силы взаимодействия по свойствам траектории. (10 баллов)

Введение

Однажды в архивах физика Самата были обнаружены записи по изучению силы взаимодействия между двумя телами. По его записям было ясно, что он решил определить силу взаимодействия между 2 телами по траектории движения одного тела при взаимодействии с другим неподвижным.

Самат закрепил тело А в некоторой точке, а другое тело В запустил с некоторой скоростью в некотором направлении против часовой стрелки вокруг А. Тела были расположены на гладком горизонтальном столе. Известно, что масса тела В равна $m_B = 200$ г.

Среди его записей мы смогли найти траекторию, полученную Саматом при измерениях. К сожалению, положение точки А стерлось с рисунка и осталась только траектория тела В.

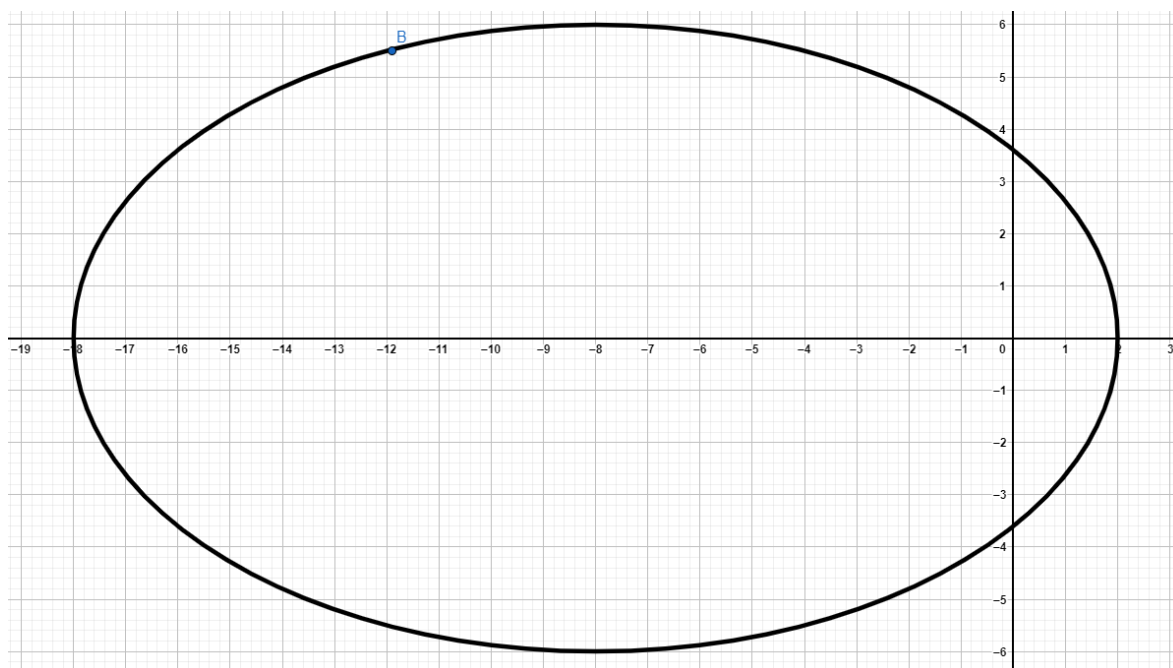


Рис. 1. Единицей измерения длины на графике является сантиметр, а на траектории показано начальное положение тела В.

Часть А. Определение силы взаимодействия (2 балла)

Известно, что зависимость силы взаимодействия между телами от расстояния можно представить в виде $F = C \cdot r^\alpha$, где r – расстояние между телами.

А.1. Найдите возможные значения α по рисунку 1. (1 балл)

А.2. Для каждого значения α найдите возможные положения точки А. (1 балл)

Часть В. Определение точного вида взаимодействия (0,5 баллов)

После изучения записей Самата мы смогли обнаружить его описание движения изначально покоящегося тела В под действием взаимодействия с А: «Изначально покоящееся тело В начало медленно ускоряться вначале движения. Далее, по мере приближения тела В к телу А его ускорение начало сильно возрастать и вскоре тело В столкнулось с телом А.»

В.1. По этой записи укажите верное значение α и возможные положения тела А. (0,5 баллов)

Часть С. Определение значения постоянной. (3,5 балла)

После того, как Самат определил зависимость силы от расстояния, он принялся определять значение постоянной C . В записях Самата мы смогли найти таблицу зависимости координат тела от времени, которые он получил, сделав серию снимков.

X, см	Y, см	t, секунда
-11.90	5.5	0
-12.65	5.29	0.05
-13.33	5.05	0.10
-13.95	4.79	0.15
-14.53	4.52	0.20

С.1. По этим данным определите постоянную C для возможных положений тела А. Используя полученный ответ, определите какому именно положению соответствует А. (3,5 балла)

Часть D. Влияние начальных условий. (4 балла)

После проведения своего эксперимента Самат придумал довольно интересную теоретическую задачу. Ему стало интересно, при какой начальной скорости тела В, запущенного из той же изначальной точки и с тем же направлением, траектория тела В перестанет быть замкнутой.

D.1. Найдите эту скорость v_{min} . (0,5 балла)

Самат также решил изучить траекторию при превышении этой скорости. Он запустил тело В из той же точки, но в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей тело В с телом А.

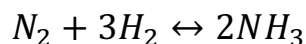
D.2. Нарисуйте траекторию тела при скорости $v = 1.2v_{min}$. (3,5 балла)

Автор задачи: Ерсултан Питебай.

Задача 3. Смесь реагирующих газов (10 баллов)

Введение:

Изучение смеси реагирующих газов является важной для химической промышленности проблемой. Основная цель решения данной задачи – повышение количества выходящего продукта реакции 2 газов. В данной задаче мы рассмотрим реакцию между азотом и водородом с получением аммиака. Реакция образования аммиака:



В данной задаче мы постараемся изучить протекание реакции между азотом и водородом рассматривая реакцию как столкновения молекул азота с молекулами водорода с образованием молекулы аммиака. Будем считать, что реакция происходит при одновременном столкновении молекулы азота с 3 молекулами водорода, когда суммарная энергия сталкивающихся частиц превышает определенный порог – энергию активации.

В задаче вам могут понадобиться следующие данные:

$$d_{\text{водорода}} = 0.120 \text{ нм}; d_{\text{азота}} = 0.155 \text{ нм}; d_{\text{аммиака}} = 0.326 \text{ нм};$$

$$m_{\text{азота}} = 14 \frac{\text{г}}{\text{моль}}; m_{\text{водорода}} = 1 \frac{\text{г}}{\text{моль}}; m_{\text{аммиака}} = 17 \frac{\text{г}}{\text{моль}};$$

$$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}; R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Часть А. Столкновение двух молекул (2,8 баллов)

Рассмотрим 1 газ с концентрацией молекул n . Молекулы газа будем считать шарами с диаметром молекул d . Длиной свободного пробега будем называть расстояние, которое молекула газа пройдет до столкновения с другой молекулой. Считайте, что до столкновения молекула движется прямолинейно.

А.1. Найдите длину цилиндра радиуса d в котором будет находиться ровно одна молекула газа. **(0,4 балла)**

А.2. Докажите, что найденная в пункте **А.1** длина цилиндра будет соответствовать длине свободного пробега молекул. **(0,4 балла)**

Полученный вами результат является лишь оценочной длиной свободного пробега. Более точную можно найти, учитывая относительное движение молекул.

А.3. Найдите новую длину свободного пробега с учетом относительного движения молекул. **(0,7 балл)**

Теперь перейдем к случаю смеси двух газов. Рассмотрим смесь 2 газов с концентрациями n_1, n_2 , диаметрами молекул d_1, d_2 и массами m_1, m_2 .

А.4. Найдите длину свободного пробега молекул 1 и 2 газа. (1,3 балла)

Часть В. Столкновение нескольких молекул и скорость образования аммиака. (5 баллов)

Теперь изучим образование молекул аммиака при столкновении с молекулами. Молекула аммиака образуется только при одновременном столкновении молекулы азота и 3 молекул водорода. Азот и водород находятся в сосуде объемом $V = 20 \text{ м}^3$, а их количества (число молей) равны $n_1 = 4000 \text{ моль}$, $n_2 = 12000 \text{ моль}$ соответственно. В данной части мы постараемся оценить эффективный размер молекул при протекании реакции.

В.1. Найдите вероятность того, что в малый объем ΔV попадет n молекул газа, если общее число молекул газа N и газ занимает объем V . Считайте, что $n \ll N, \Delta V \ll V$ (1,8 балла)

В нашем случае будем считать, что ΔV можно представить в виде

$$\Delta V = \frac{\pi x^3}{6}.$$

В таком случае мы будем считать, что реакция азота с 3 молекулами водорода происходит, когда 3 молекулы водорода находятся внутри объема $\Delta V = \frac{\pi x^3}{6}$.

В.2. Найдите число образующихся в единицу времени молекул аммиака как функцию от x . (0,7 балла)

Наряду с образованием аммиака в смеси газов также происходит и обратная реакция при столкновении двух молекул аммиака с образованием азота и водорода.

В.3. Найдите число обратно реагирующих молекул аммиака в единицу времени (1 балл)

После долгого времени в сосуде с газами установилось равновесие и количество аммиака оказалось равным $n_3 = 1327 \text{ моль}$. Считайте, что в нашем случае реагирует лишь 0,3 части всех молекул.

В.4. Найдите эффективный размер молекул при реакции азота с водородом. Сравните его с размерами молекул азота и водорода и длиной свободного пробега азота в смеси. (1,5 балла)

Часть С. Определение теплового эффекта реакции (2,2 балла)

При изучении смеси реагирующих газов мы решили измерить зависимость давления смеси от количества аммиака. Изначальное количество водорода и азота было тем же, что и в части **В**. При каждом измерении проходило достаточно времени для установления равновесия в системе. Полученная зависимость показана на графике:

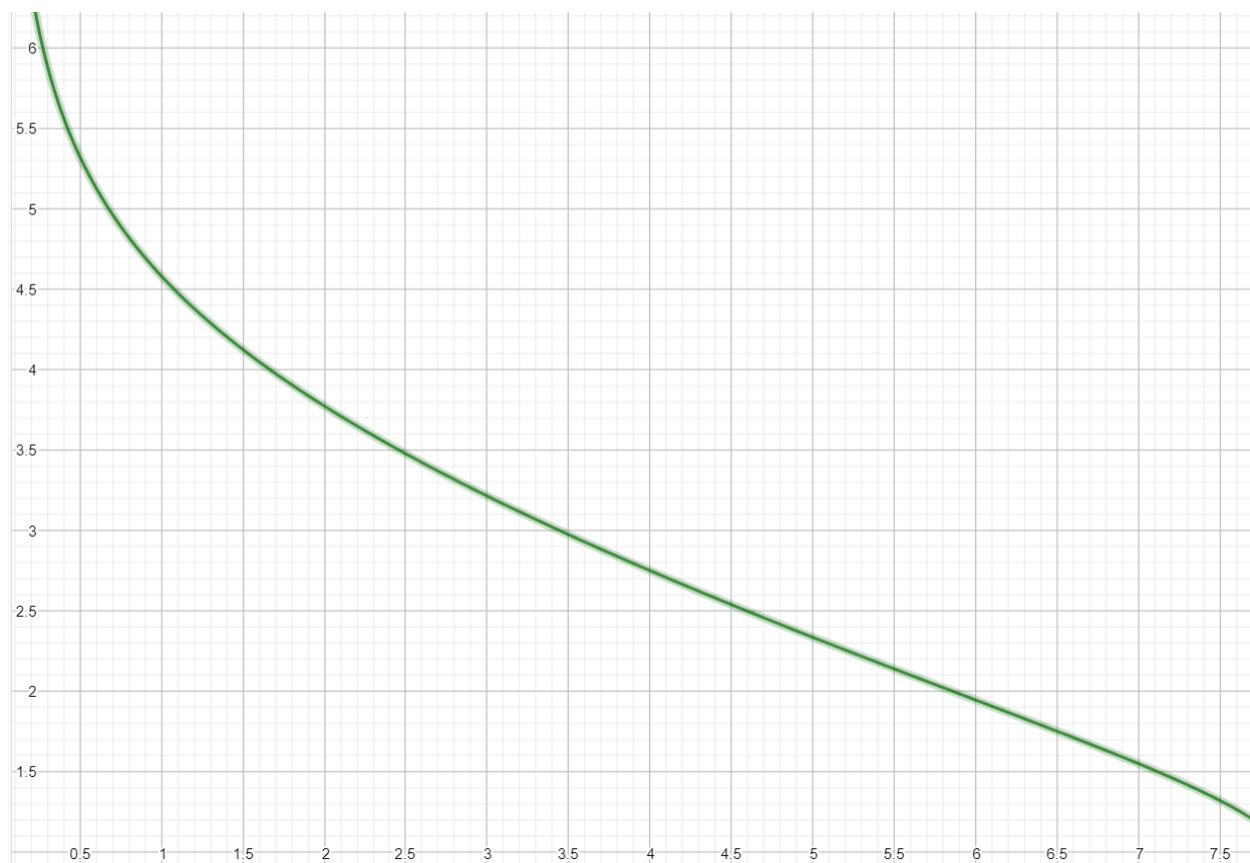


Рис.1. Зависимость количества аммиака от температуры. Ось y – давление в МПа, ось x – количество аммиака в 10^3 моль

В части **В** вы могли получить, что

$$\frac{\Delta n_3}{\Delta t} = k n_1^{v_1} n_2^{v_2} - r n_3^{v_3}.$$

В вышеприведенном выражении k/r является константой равновесия реакции. Известно, что ее можно представить в виде: $\frac{k}{r} = A \cdot \exp\left(-\frac{\Delta H}{RT}\right)$, где ΔH – тепловой эффект реакции.

С.1. Используя данные таблицы, определите значение ΔH теплового эффекта реакции данной реакции. (2,2 балла)

Автор задачи: Ерсултан Питебай.