1 есеп. Мысық пен тышқан (6 ұпай)

a) Тангенциалдық үдеу тұрақты болғаннан, траектория бойынша линеардық кинематикалық теңдеулерді жазуға болады:

$$S = \frac{at^2}{2} (1)$$

$$at = v_{\text{т}} (2)$$

Онда, тышқан бір қабырғадан, екінші қабырғаға жүгірген уақыты t-ға тен:

$$t = \frac{S_{\text{т}}}{v_{\text{т}}} (3)$$

Бұл теңдеулерді бірлесіп шешкеннен:

$$S = \frac{S_{\text{т}}}{2} (4)$$

$$S = 1.6\text{м} \ (5)$$

b) Аңықтама бойынша:

$$v_{\text{орт}} = \frac{S}{t} (6)$$

a) пунктынан нәтижені қолданып, шешімге келеміз:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{м}}}{2} (7)$$

Мысық пен тышқан (6 ұпай)		
a)	4 ұпай	Формула (1) – 1 ұпай Формулалар (2) мен (3) – 1 + 1 ұпай Дұрыс жауап – 0.7 ұпай Сандық шама – 0.3 ұпай
b)	2 ұпай	Орташа жылдамдықтын аңықтамасы – 1 ұпай Жауап – 1 ұпай

2 есеп. Ашулы оқушылар (10 ұпай)

a) Ерсұлтанға жету үшін, оқушыларға $t = \frac{L}{v}$, уақыты керек болады, ал олардан қашу үшін, Ерсұлтаннның үдеуі $a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2hv^2}{L^2}$ болу керек. Біріншіден, Ерсұлтан-шар системасына ықпал ететін жазып аламыз:

$$(N(m_b + m_h) + m_m)a = Ng(\rho_1 V - m_b - m_h) - m_m g.$$

$$m_m(a+g) = N\big(\rho g V - (m_b + m_h)(g+a)\big)$$

$$N = \frac{m_m(a+g)}{\rho_1 g V - (m_b + m_h)(a+g)} = \frac{m_m}{\frac{\rho_1 g V}{a+g} - (m_b + m_h)}$$

Бір шардың ішіндегі гелийдің массасы: $m_h = \rho_2 V = \rho_2 \frac{4}{3}\pi R^3$

Соны қолданып, жауапқа келеміз:

$$N = \frac{m_m}{\frac{\rho_1 g \cdot 4\pi R^3}{3(a+g)} - \left(m_b + \frac{\rho_2 \cdot 4\pi R^3}{3}\right)} = 1948$$

b) X және Y өстері бойынша тастың траекториясын жазып аламыз:

$$\begin{cases} L = u\cos\alpha t \\ h = u\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ t = \frac{L}{u\cos\alpha} \end{cases}$$

$h(L)$ функциясына Ерсұлтанның үдеуі үшін өрнекті еңгізіп, жаңа өрнекке келеміз:

$$\frac{at^2}{2} = L\,tg\,\alpha - \frac{gL^2}{2u^2\cos^2\alpha} = \frac{aL^2}{2u^2\cos^2\alpha}$$

Одан кейін $tg\,\alpha$-ны теңдеуден выражаем:

$$\frac{(a+g)}{2u^2}\frac{L}{\cos^2\alpha} = \mathrm{tg}\,\alpha$$

Бұл теңдеуге $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, тригонометриялық теңдеуді еңгізіп, квадратты теңдеуді жасаймыз:

$$\frac{(a+g)}{2u^2}L\,tg^2\alpha - tg\,\alpha + \frac{(a+g)L}{2u^2} = 0$$

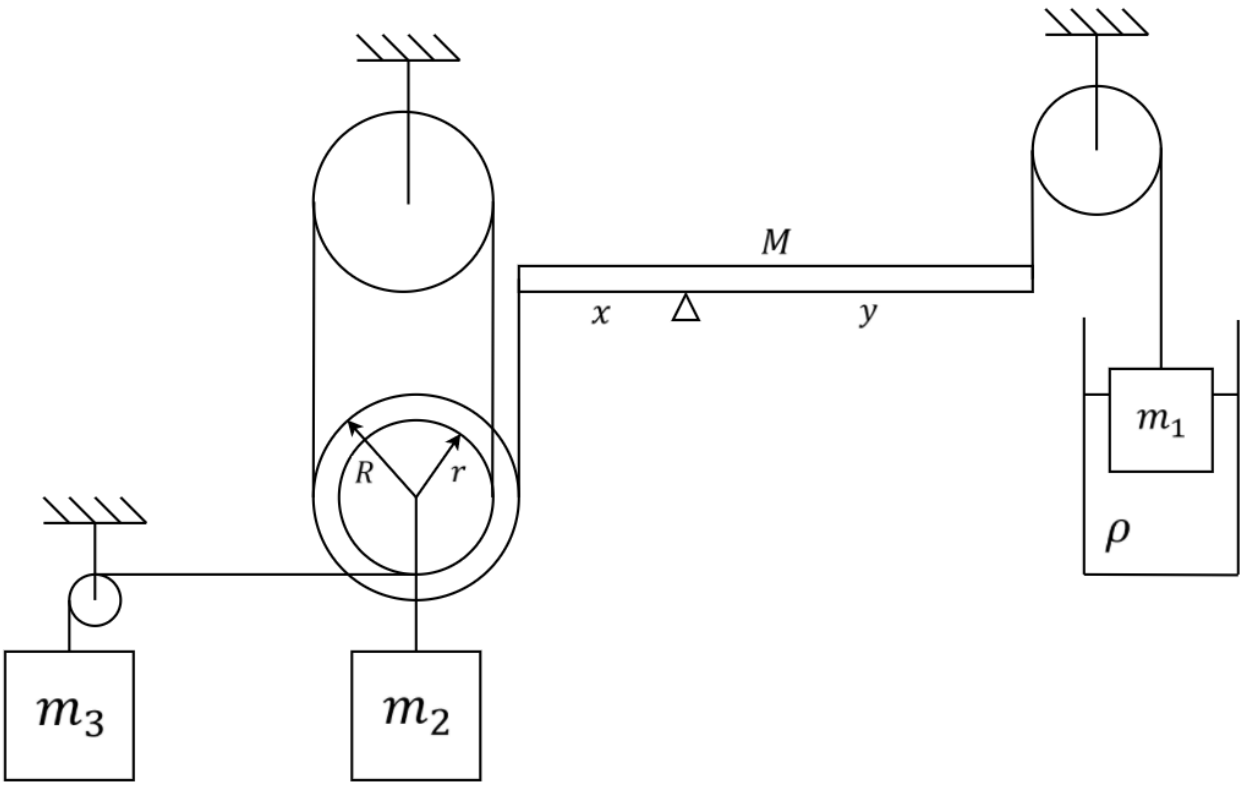
Сол теңдеуді шығара отырым, есептің шешімдерін табамыз:

$tg\,\alpha = \frac{(1\pm\sqrt{D})u^2}{(a+g)L}$ $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{(1\pm\sqrt{D})u^2}{(a+g)L}\right)$ $\alpha = 13°, 77°$, мында $D = 1 - \frac{(a+g)^2L^2}{u^4}$

c) $D = 0$ болған кезде, u минималды, сонда $1 - \frac{(a+g)^2L^2}{u^4} = 0$. Бул теңдеуді шығара отырып, жауапты табамыз:
$u = \sqrt{(a+g)L} = 7{,}97\text{м/с}$ $\alpha = arc\,tg(1) = 45$

Ашулы оқушылар (10 ұпайов)	
4 ұпай	$t = \frac{L}{v}$ – 0.5 ұпай $a = \frac{2h}{t^2}$ – 0.5 ұпай Ньютоннын екінші заңы – 1 ұпай Бір шариктың ішіндегі гелийдің массасы – 0.5 ұпай Жауап – 1 ұпай Сандық шама – 0.5 ұпай
4 ұпай	Қозғалыс теңдеулері – 0.5 ұпай за каждое Квадраттық теңеу – 0,8 ұпай Жауап – 1.2 ұпай Сандық шама – 0.5 ұпай
2 ұпай	Минимумның шарты – 0.5 ұпай Минималды жылдамдық – 0.5 ұпай Сол кездегі бұрыш – 0.5 ұпай Сандық шамалар – 0.25 за каждое

3 есеп. Статика (7 ұпай)



а) Сол жақтағы жіптің созылыс күші T_2 болся, оң жақтағы жіптің T_1.

Бірінші жүк үшін Ньютонның 1 заңы:

$$m_1 g = T_1 + \rho V g \Rightarrow T_1 = (m_1 - \rho V) g (1)$$

Тірелу нүктеден, өзектің ортасына дейінгі аралығы:

$$l_ц = \frac{y - x}{2} (2)$$

Және тепе-теңдіктің шарты бойынша:

$$T_2 y + T_1 x = M g l_ц \Rightarrow T_2 = \frac{M g l_ц - T_1 x}{y} (3)$$

Сол жақтағы екі жүк үшін Ньютонның 1 занын жазып, олардың массаларын табамыз.

$$m_3 g = T_2 \Rightarrow m_3 = \frac{T_2}{g} = \frac{M(y - x) - 2(m_1 - \rho V)x}{2y} (4)$$

$$m_2 g = 3T_2 \Rightarrow m_2 = \frac{3T_2}{g} = 3\frac{M(y - x) - 2(m_1 - \rho V)x}{2y} (5)$$

b) Жіп үзілгеннен кейін де тартылып жылжиды, сондықтан жүктер үшін Ньютонның 2 заның жазуға болады (жіптің он жағын тартылмаған деп есептеуге болады):

$$m_3 g \ - \ T = m_3 a_3 (6)$$

$$- m_2 g \ + \ 2T = m_2 a_2 (7)$$

Сол жақтағы салмақ Δx_3-ке көтерілсе, оң жақтағы Δx_2-ге көтеріледі. Онда бұл шамалар үшін $\Delta x_3 = 3\Delta x_2$ теңдеуің жазып алуға болады. Солай да, жүктердің үдеулері арасындағы қарым-қатынасы бар: $a_3 = 2a_2$. (8).

(6) – (8) теңдеулерін шешіп, жауапқа жетеміз:

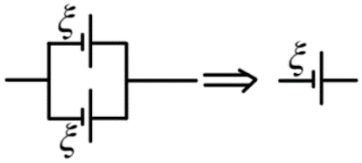
$$a_2 = \frac{m_2 - 2m_3}{m_2 + 4m_3} g$$

$$a_3 = 3\frac{m_2 - 2m_3}{m_2 + 4m_3} g$$

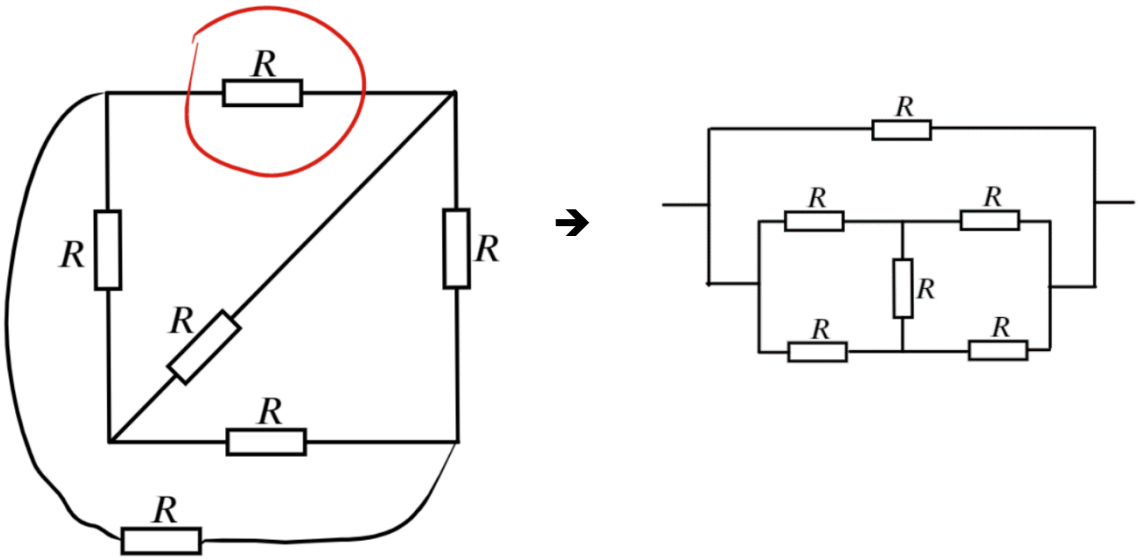
Статика (7 ұпай)		
a)	3 ұпай	Формулалар (1)-(3) – әр формула үшін 0.5 ұпай Формулалар (4)-(5) – әр формула үшін 0.75 ұпай
b)	4 ұпай	Теңдеулер (6)-(7) – 0,6 әр бір үшін Кинематикалық қарым-қатынас (8) – 1 ұпай Шешім (6)-(8) – әр үдеу үшін 0,9 ұпай

4 есеп. Таңғаларлық жылуды әкету (7 ұпай)

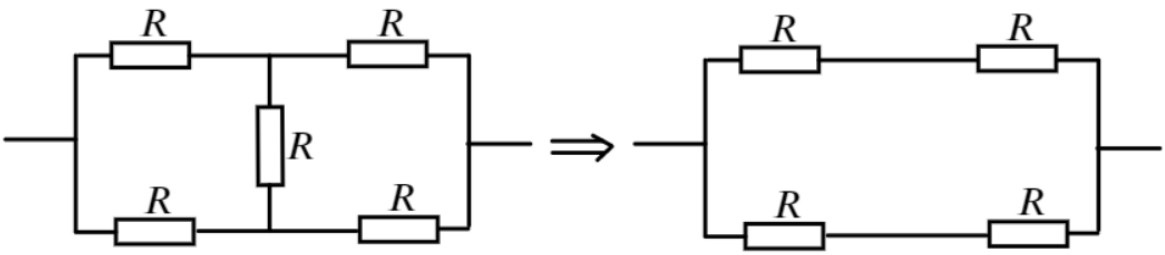
Тізбектің қатарлас бөлектерінде электр кернеуі тең. Сонымен қатар, батареялар тең, сондаықтан 2 қатарлас тоқ көздерін, біреуіне ауыстыруға болады:



Одан кейңн, сыртқы тізбегінің суретің өзгертсек (батареядан бүкілі), қызылмен қоршалынған бөлек, бүкіліне қатар тұр дегенің түсінуге болады:



Тізбектің астынғы тармағын аударсық, ешқандай әсер келтірілмейді, яғни, ол горизонтальды өсіне симметриялық. Содан, ұстатқыш резистордан тоқ жоқ, солай оның баламалы тізбегін салуға болады:



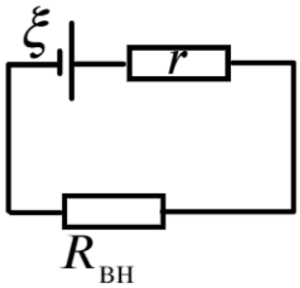
Солай, бұл бөліктің кедергісі:

$$R_1 = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2r} = R$$

Сонда сыртқы кедергі:

$$R_{\text{с}} = \frac{R_1 \cdot R}{R_1 + R} = \frac{R}{2}$$

Онда, бүкіл тізбекті жаңа түрінде суреттеуге болады:



Кирхгоф заңы бойынша:

$$\xi = I \cdot (r + R_{\text{вн}})$$

$$I = \frac{\xi}{r + \frac{R}{2}}$$

Тоқ көздері идеалды ⇒ $P_{\text{көз}} = 0$

$$P_{\text{бат}} = P_{\text{көз}} + P_r = 0 + I^2 r$$

$$P_{\text{бат}} = \frac{\xi^2 r}{\left(r + \frac{R}{2}\right)^2}$$

Батареяның үстіндегі мұз үшін энергияның сақталу заңы:

$$P_{\text{бат}} \Delta t = \lambda \Delta m$$

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P_{\text{ба}}}{\lambda} = \frac{\xi^2 r}{\lambda \left(r + \frac{R}{2}\right)^2} = 8.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

Таңғаларлаық жылуды әкету	
7 ұпай	Эквивалентті тоқ көзі – 0.6 ұпай Эквивалентті тізбек– 0.8 ұпай Теңдестірілген көпір (формула немесе симметрия) – 0.8 ұпай Сыртқы кедергі – 0.6 ұпай Кирхгофтың заңы– 0.5 ұпай Қуат үшін өрнек – 0.5 ұпай Энергия сақталу заңы – 0.5 ұпай

	Жауап – 2.1 ұпай Сандық шама – 0.6 ұпай