Есеп 1. Электрогитара физикасы

a) Жіп жылжытылған кезде оған қайтару күші әсер етеді, бұл салыстырмалы түрде аз бәсеңдеудің тербелістерін тудырады.

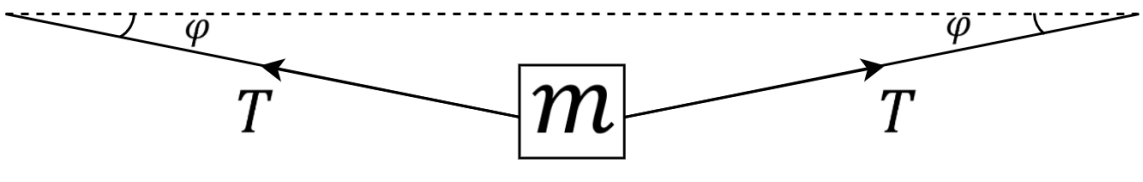
$$m\ddot{x} = -2T\sin\varphi \approx -2T\varphi$$

$$x = \frac{L}{2}\varphi, \qquad m = \rho L\frac{\pi d^2}{4}$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{16T}{\pi\rho L^2 d^2}\varphi = 0$$

Содан кейін тербеліс периодын келесідей табуға болады:

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\rho L^2 d^2}{16T}} = \frac{\pi L d}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho}{T}}$$



b) Есеп шартында берілген формуласына массаны алмастырамыз:

$$f_e = \frac{1}{2L_0}\sqrt{\frac{T_e L_0}{m}} = \frac{1}{dL_0}\sqrt{\frac{T_e}{\pi\rho}}.$$

Сондықтан,

$$T_e = \pi\rho(f_e d L_0)^2 = 60\ \text{Н}.$$

Бір қызығы, бұл керілу күші шамамен 29000 (!) жіптің керілген бөлігінің салмағынан есе көп, бірақ мұндай механикалық кернеу болат үшін беріктік шегінен ~5 есе аз.

c) (b) тармақтың түрлендірілген формуласынан тербеліс жиілігі ұзындыққа кері пропорционал екенін көруге болады. Сонда:

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{L_n}{L_{n+1}} = \sqrt[12]{2}.$$

Осы формуладан жиіліктер геометриялық прогрессия құрайтындығы шығады. Сонда біз оларды келесідей білдіре аламыз:

$$f_n = f_e\left(\sqrt[12]{2}\right)^n, \qquad L_n = \frac{L_0}{\left(\sqrt[12]{2}\right)^n}$$

n-ші перненің енін осылай таба аламыз:

$$H_n = L_{n-1} - L_n = L_{n-1}\left(\sqrt[12]{2} - 1\right) = L_0\frac{\sqrt[12]{2} - 1}{\left(\sqrt[12]{2}\right)^{n-1}}.$$

Дыбыс жиілігі мен перненің енін реттік нөміріне тәуелділігін көрсететін кестесін жасайық:

n	0	1	2	3	4	5	6
f_n, Гц	330	349.62	370.41	392.43	415.77	440.49	466.69
H_n, см	-	3.87	3.65	3.44	3.25	3.07	2.90

d) Бесінші пернедегі екінші ішектің тербеліс жиілігі бірінші ішектің ашық жиілігімен сәйкес келеді, төртінші пернедегі үшінші ішектің жиілігі екінші ішектің жиілігімен сәйкес келеді және т. б:

$$f_B\left(\sqrt[12]{2}\right)^5 = f_e, \qquad f_B = f_e \cdot 2^{-\frac{5}{12}};$$
$$f_G\left(\sqrt[12]{2}\right)^4 = f_B, \qquad f_G = f_e \cdot 2^{-\frac{9}{12}};$$
$$f_D\left(\sqrt[12]{2}\right)^5 = f_G, \qquad f_D = f_e \cdot 2^{-\frac{14}{12}};$$
$$f_A\left(\sqrt[12]{2}\right)^5 = f_D, \qquad f_A = f_e \cdot 2^{-\frac{19}{12}};$$
$$f_E\left(\sqrt[12]{2}\right)^5 = f_A, \qquad f_E = f_e \cdot 2^{-\frac{24}{12}}.$$

Ішектің диаметрі дыбыстық тербелістердің жиілігіне кері пропорционал (бірдей керілу күштерімен), сондықтан біз барлық ішектердің диаметрін есептей аламыз:

$$d_B = d_e \cdot 2^{\frac{5}{12}} = 0.31 \text{ мм},$$
$$d_G = d_e \cdot 2^{\frac{9}{12}} = 0.39 \text{ мм},$$
$$d_D = d_e \cdot 2^{\frac{14}{12}} = 0.52 \text{ мм},$$
$$d_A = d_e \cdot 2^{\frac{19}{12}} = 0.69 \text{ мм},$$
$$d_E = d_e \cdot 2^{\frac{24}{12}} = 0.92 \text{ мм}.$$

Шындығында, бұл жолдардың диаметрлері 0.28, 0.41, 0.66, 0.91 және 1.17 миллиметрді құрайды.

e) Гук заңы арқылы жолдың кернеуін білдіреміз:

$$T_e = \frac{ES}{L_0}\Delta L_0,$$

мұндағы S – жолдың көлденең қимасы, ал ΔL_0 – ішектің бастапқы созылуы. Термиялық кеңеюге байланысты ішектің созылуы өзгереді:

$$L_1 = L_0(1 + \alpha\Delta t),$$
$$\Delta L_1 = (L_0 + \Delta L_0) - L_1 = \Delta L_0 - L_0 \cdot \alpha\Delta t$$
$$T_e' = \frac{ES}{L_1}\Delta L_1 \approx \frac{ES}{L_0}\Delta L_1 = \frac{ES}{L_0}\Delta L_0\left(1 - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta L_0/L_0}\right) = T_e\left(1 - \frac{\alpha\Delta t \cdot ES}{T_e}\right).$$

$\Delta f_e = f_e' - f_e$:

$$\Delta f_e = \frac{1}{dL_0\sqrt{\pi\rho}}\left(\sqrt{T_e'} - \sqrt{T_e}\right) = \frac{1}{dL_0}\sqrt{\frac{T_e}{\pi\rho}}\left(\sqrt{1 - \frac{\alpha\Delta t \cdot ES}{T_e}} - 1\right)$$

$$\approx -f_e\frac{\alpha\Delta t \cdot ES}{2T_e}.$$

Минус белгісі дыбыс биіктігінің төмендегенін көрсетеді, тербеліс жиілігі тиісінше $\Delta f_e = 5.48$ Гц-ке төмендеді. Температураның өзгеруі ішектерден алынған дыбыстың биіктігіне айтарлықтай әсер етеді.

f) Ішектің жалпы ұзындығы артты, ал бұл ұзарту::

$$\Delta L = \sqrt{L_5^2 + x^2} + \sqrt{(L_0 - L_5)^2 + x^2} - L_0 \approx$$

$$\approx L_5\left(1 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{L_5^2}\right) + (L_0 - L_5)\left(1 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{(L_0 - L_5)^2}\right) - L_0 =$$

$$= \frac{x^2}{2L_5}\cdot\frac{L_0}{L_0 - L_5}.$$

Тербелістің жаңа жиілігі:

$$f_e' = \frac{1}{dL_5}\sqrt{\frac{T_e'}{\pi\rho}} = \frac{1}{dL_5}\sqrt{\frac{T_e + \frac{ES}{L_0}\Delta L}{\pi\rho}},$$

$$\frac{f_e'}{f_e} = \sqrt{1 + \frac{ES}{T_e L_0}\Delta L} = \sqrt[12]{2}.$$

Сондықтан, ΔL ді теңеп,

$$\frac{x^2}{2L_5}\cdot\frac{L_0}{L_0 - L_5} = \frac{T_e L_0}{ES}\left(\sqrt[6]{2} - 1\right)$$

$$x = \sqrt{\frac{2T_e L_5(L_0 - L_5)}{ES}\left(\sqrt[6]{2} - 1\right)} = L_0\sqrt{\frac{8T_e}{E\pi d^2}\left(1 - 2^{-\frac{5}{12}}\right)\left(\sqrt[6]{2} - 1\right)} = 1.37 \text{ см}$$

Физика электрогитары (10 баллов)		
a)	1 балл	$m\ddot{x} = -2T\varphi$ – 0.5 баллов $\tau = \frac{\pi L d}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho}{T}}$ – 0.5 баллов *Не выражен m в конечном ответе – -0.25 баллов.*
b)	1 балл	$f_e = \frac{1}{dL_0}\sqrt{\frac{T_e}{\pi\rho}}$ – 0.5 баллов $T_e = \pi\rho(f_e d L_0)^2 = 60\ \text{Н}$ – 0.5 баллов *Нет численного ответа – -0.25 баллов.*
c)	2 балла	$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{L_n}{L_{n+1}} = \sqrt[12]{2}$ – 0.5 баллов $f_n = f_e\left(\sqrt[12]{2}\right)^n,\ L_n = \frac{L_0}{\left(\sqrt[12]{2}\right)^n}$ – 0.5 баллов. $H_n = L_{n-1} - L_n = L_0\frac{\sqrt[12]{2}-1}{\left(\sqrt[12]{2}\right)^{n-1}}$ – 0.5 баллов. Верная таблица – 0.5 баллов.
d)	1.5 балла	Верны все уравнения – 1 балл Верны все численные значения – 0.5 баллов. *В этом пункте баллы могут выдаваться частично.*
e)	2 балла	$\Delta L_1 = \Delta L_0 - L_0 \cdot \alpha\Delta t$ – 0.5 баллов $T_e' = T_e\left(1 - \frac{\alpha\Delta t \cdot ES}{T_e}\right)$ - 0.5 баллов $\Delta f_e = -f_e\frac{\alpha\Delta t \cdot ES}{2T_e} = -5.48\text{Гц}$ – 1 балл
f)	2.5 балла	$\Delta L = \frac{x^2}{2L_5}\cdot\frac{L_0}{L_0 - L_5}$ – 0.5 баллов $\sqrt{1 + \frac{ES}{T_e L_0}\Delta L} = \sqrt[12]{2}$ – 1 балл $x = L_0\sqrt{\frac{8T_e}{E\pi d^2}\left(1 - 2^{-\frac{5}{12}}\right)\left(\sqrt[6]{2} - 1\right)} = 1.37\ \text{см}$ – 1 балл

Есеп 2. Траекторияның қасиеттері бойынша өзара әрекеттесу күшін анықтау. (10 баллов)

Бөлім А. Өзара әрекеттесу күшін анықтау (2 балл)

А.1. 1-сурет бойынша α мүмкін мәндерін табыңыз. **(1 балл)**

Шешім: Траекторияның суреті бойынша оның эллипс екенін оңай анықтауға болады. (1)

Траектория эллипс болатын өзара әрекеттесудің тек 2 түрі бар екені белгілі: $F \propto r^{-2}$ (2) (гравитациялық немесе кулондық өзара әрекеттесуі) и $F \propto r$ (3) (Гук заңы).

Сондықтан, $\alpha = 1;\ -2$

А.2. Әрбір α мәні үшін А нүктесінің мүмкін позицияларын табыңыз. **(1 балл)**

Шешім: Кеплердің бірінші заңына сәйкес, гравитациялық әрекеттесу кезінде дене фокустағы орталық дененің айналасында эллипс бойымен қозғалады. Бұл жағдайда А нүктесі эллипстің фокусында болады. (1)

Екінші жағынан, $F \propto r$ заңы бойынша өзара әрекеттескен кезде біз X және Y бойымен күшті бөліп, осылайша қозғалыс гармоникалық тербелістер болатындығын дәлелдей аламыз. (себебі дененің қозғалысы серіппелі маятниктің қозғалысына ұқсайды). Сонда В денесінің координаттарын $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$ және $y = y_0 \sin(\omega t + \delta)$ түрінде көрсетуге болады және бастапқы фазалардың белгілі бір таңдауымен біз эллипс теңдеуін параметрлік түрде аламыз. Бұл жағдайда А нүктесі эллипстің орталығы болып табылады. (2)

А денесінің мүмкін позициялары: А(-8; 0) и А(0; 0), А(-16, 0) (3)

Бөлім В. Өзара әрекеттесудің нақты түрін анықтау (0,5 балл)

В.1. Осы жазбадан α дұрыс мәнін және А денесінің мүмкін жағдайларын көрсетіңіз. **(0,5 балл)**

Шешім: Самат жазбасында сипатталған жағдай тек $\alpha = -2$ кезінде мүмкін, себебі $\alpha = 1$ кезінде күш А мен В денелері арасындағы қашықтыққа тура пропорционал, яғни дене алдымен тезірек үдейді. А денесінің орналасуы фокустарда болуы мүмкін: А(0; 0), А(-16, 0).

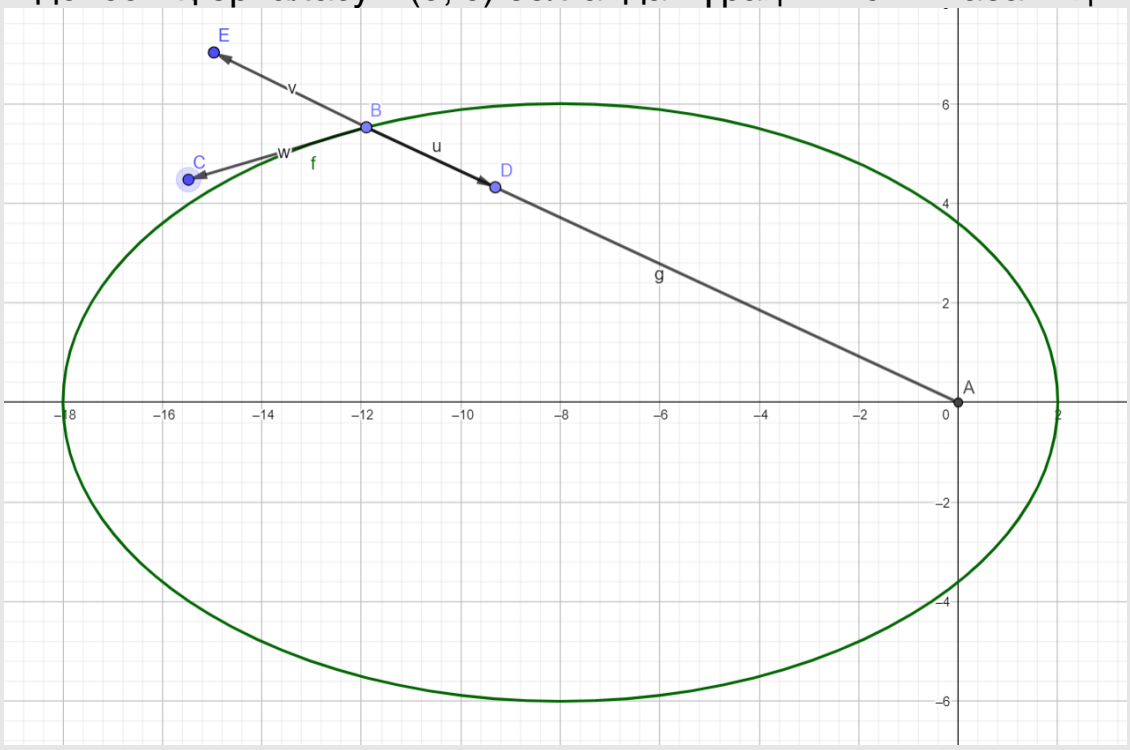
Бөлім С. Тұрақты мәннің анықталуы. (3,5 бал)

С.1. Осы мәліметтерге сәйкес А денесінің мүмкін позициялары үшін тұрақты С анықтаңыз. Алынған жауапты қолдана отырып, А-ға қандай позиция сәйкес келетінін анықтаңыз. **(3,5 балл)**

Шешім:

Байқағанымыздай, $\Delta t, \Delta x$ және Δy мәндері аз. Бұл дегеніміз, біз олар арқылы дененің жылдамдығы мен үдеуінің мәндерін анықтай аламыз. (1)

1) А денесінің орналасуы (0; 0) болғанда тұрақты мәнін табайық.



Сур.1. В денесіне әсер ететін күштерді және оның жылдамдығын белгілеу.

Суреттегі g векторы бойындағы күштерді қарастырайық. Оның бойында тек 2 күш әрекет етеді: А-мен өзара әрекеттесу күші және ортадан тепкіш күш.

Кестеде берілген декарттық координаттарын поляр координаттарына аударайық:

r, см	ф, °	t, секунд
13.110	24.806	0
13.712	22.694	0.05

14.255	20.749	0.10
14.749	18.95	0.15
15.217	17.280	0.20

Енді бұл мәселені шешудің 2 жолы бар:
1) Қозғалыс теңдеуі бойынша тұрақты мәнін анықтау. (аз дәлдік)
g бойымен дененің қозғалыс теңдеуі: $m_B\ddot{r} = m_B\dot{\varphi}^2 r - Cr^{-2}$ (2)
Содан кейін кестенің ерікті 3 жолын алып, дененің үдеуін және жолдағы орташа бұрыштық жылдамдықты аламыз. Кестенің алғашқы үш жолын алайық:

$$\dot{\varphi} = 0.7081\,\frac{\text{рад}}{\text{с}};\ \ddot{r} = \frac{\Delta\dot{r}}{\Delta t} = -23.6\,\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

Сондықтан, $C = 1.146 \cdot 10^{-3}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2$
2) Энергияны сақталуы бойынша тұрақты мәнін анықтау. (нақты)
А-мен өзара әрекеттесу кезінде В денесінің энергиясын табамыз:

$$E_0 = \frac{m_B}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) - \frac{C}{r} \to r\dot{r}^2 + r^3\dot{\varphi}^2 = \frac{2C}{m_B} + \frac{2E_0}{m_B}r$$

Біз туындыларды екі нүктемен анықтайтындықтан, біз қашықтықтың орташа мәнін $\langle r \rangle$ аламыз.

r, м	$\dot{r}, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\dot{\varphi}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$r\dot{r}^2 + r^3\dot{\varphi}^2, 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3}{c^2}$
0.13411	0.1204	0.737230	3.255
0.139835	0.1086	0.678933	2.910
0.14502	0.0988	0.627969	2.618
0.14983	0.0936	0.582940	2.456

Сонда $r\dot{r}^2 + r^3\dot{\varphi}^2 -$ нің $r -$ дан тәуелділігін сызықтандыра аламыз.
Сызықтандырудан кейін тұрақты мәнін табуға болады:

$$\frac{2C}{m_B} = 0.0101\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}} \to C = 10^{-3}\text{Н} \cdot \text{м}^2$$

2) А денесінің орналасуы (-16; 0) болғанда тұрақты мәнін табайық
Бұл жағдайда полярлық координаттарға өту А нүктесіне қатысты болады.

r, см	ф, °/рад	t, секунда
6.86003	53.297 /0.9302	0
6.26152	57.655 /1.0063	0.05
5.71240	62.134 /1.0844	0.10
5.21024	66.830 /1.1664	0.15
4.75303	71.984 /1.2564	0.20

Көріп отырғанымыздай, бұл әдіс қатты қателікке ие болады, өйткені $\Delta r \sim r; \Delta r/r \approx 10\%$ өзгереді. Сондықтан, біз үтірден кейінгі сандар санын көбейттік.
1) Бірінші әдіс әрекеттерін қайталағанда біз тұрақты мәнін анықтай аламыз:

$$\dot{\varphi} = 1.542\frac{\text{рад}}{\text{с}};\ \ddot{r} = \frac{\Delta\dot{r}}{\Delta t} = 19.756\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

$C < 0$
Біз алған тұрақты мән нөлден аз, бұл (-16; 0) нүктесіндегі А орналасуын мүмкінсіздікті білдіреді.
2)

r, м	$\dot{r}, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\dot{\varphi}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$r\dot{r}^2 + r^3\dot{\varphi}^2, 10^{-3}\frac{\text{м}^3}{c^2}$
0.065608	0.119702	1.522	1.59422
0.059869	0.109824	1.562	1.24566
0.054613	0.100432	1.640	0.98896
0.049816	0.091442	1.800	0.81709

Содан кейін бізде қайтадан $C < 0$ шықты. Корелляция коэффициенті $r = 0.993$ болды, яғни біздің әдісіміздің қателігі жоғары болмауы керек және оған қарамастан мүмкін емес нәтиже шықты.

Бөлім D. Бастапқы жағдайлардың әсері. (4 балл)

D.1. Осы жылдамдықты табыңыз v_{min}. **(0,5 бал)**

Шешім: Энергияның сақталу заңын жазамыз $E_0 = \frac{m_B v_{min}^2}{2} - \frac{C}{r} = \frac{m_B v_\infty^2}{2}$.
Біз минималды жылдамдықты іздейтіндіктен $v_\infty = 0 \rightarrow\ v_{min}\sqrt{\frac{2C}{m_B r}} = 0.276\frac{\text{м}}{\text{с}}$

D.2. Дененің траекториясын жылдамдықпен сызыңыз $v = 1.2v_{min}$. **(3,5 балл)**

Шешім: Бұл жағдайда В денесінің траекториясы гипербола болады. Сонда біз үшін ең бастысы ол А-дан алыс жерде В денесінің қозғалатын түзу сызықты – асимптотаны табу.
Энергияның және импульс моменті сақталу заңы бойынша:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{C}{r} == \frac{mv_\infty^2}{2} \rightarrow v_\infty = \sqrt{0.44}\, v_{min} = 0.663 v_{min}$$

$$v_\infty b = vr \rightarrow b = 1.809r = 23.7 \text{ см } (1)$$

Енді бұрышты табайық. Мұны істеу үшін дененің траекториясын қарастырайық. В денесі А денесінен алыста болғанда түзу сызық бойымен қозғалады. Бұдан әрі шешімімізде түзу сызық А денесінен b қашықтықта орналасқан, ал В денесі түзу сызық бойымен қозғалғанда V_∞ жылдамдығына ие болады деп есептейміз. Содан кейін В денесі А денесінен ауытқығаннан кейін жылдамдық бағытын $\pi - 2\theta$ өзгертті деп есептей отырып, жылдамдықтың бағыттың өзгеру вектор бойымен күштің проекциясын жазамыз:

$$Fdt = dp \rightarrow \int_0^{2(\pi-\theta)} \frac{C}{r^2} \cos(\pi - \theta - \varphi)\, dt = 2mv_\infty \cos(\theta)\ (2)$$

$$mr^2 \frac{d\varphi}{dt} = L = mbv_\infty \rightarrow dt = \frac{r^2 d\varphi}{bv_\infty}$$

Сонда, $tg(\theta) = \frac{mv_\infty^2 b}{C} = 1.591 \rightarrow\ \theta = 57.8°\ (3)$

Енді біз гиперболаның асимптота В денесіне бастапқы бағытпен қандай бұрыш құрайды екенін білеміз. Асимптотаны суреттеу үшін біз А-ның айналасында b радиусымен шеңбер жасай аламыз, содан кейін транспортир арқылы В денесіне бағытталған сызыққа $90 - \theta$ бұрышты құрайтын сызықты суреттеп, осы сызықтың шеңбермен қиылысу нүктені белгілей аламыз. Осы нүктеден өтетін шеңберге жанамасы асимптота болады.

(4)

Содан кейін біз асимптоталардың қиылысу нүктесінен фокусына дейінгі қашықтықты (А денесі – гиперболаның фокусы) және бастапқы уақыттағы В денесіне дейінгі қашықтықты (гиперболаның c және a параметрлері) таба аламыз.

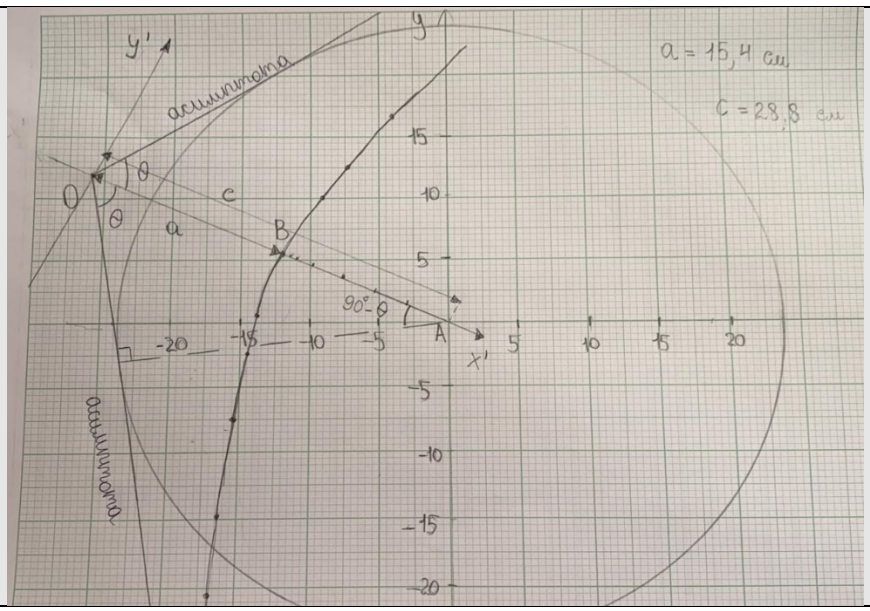
(5)

Содан кейін біз гиперболаның теңдеуін жаңа X', Y' координаттарында жаза аламыз, олардың (0; 0) нүктесі асимптотаның АВ сызығымен қиылысу нүктесінде орналасқан болады, ал X' абсцисса өсі АВ сызығымен болады.

$$\frac{x'^2}{a^2} - \frac{y'^2}{c^2 - a^2} = 1\ (6)$$

Сурет бойынша біз c және a өлшейміз. $a = 15.4$ см, $c = 28.8$ см

Қалған бөлігі-жаңа координаттарда график құру. (7)


y'
y
asíntota
a = 15,4 cm
c = 28,8 cm
θ
θ
O
c
a
B
90°-θ
A
x'
-20
-15
-10
-5
5
10
15
20
15
10
5
-5
-10
-15
-20
asíntota

Есеп 3. Реактивті газдардың қоспасы (10 балл)

Бөлім А. Екі молекуланың соқтығысуы (2,8 балл)

А.1. Радиусы d цилиндрінің ұзындығын табыңыз, онда дәл бір газ молекуласы бар. **(0,4 балл)**

Шешім: Цилиндрдің көлемі $V = \pi d^2 l$, сондықтан цилиндрдің ішінде молекулалардың саны: $N = 1 = n\pi d^2 l$

$\lambda = \frac{1}{n\pi d^2}$

А.2. А. 1 тармағында табылған цилиндрдің ұзындығы молекулалардың бос жүрісінің ұзындығына сәйкес келетінін дәлелдеңіз. **(0,4 балл)**

Шешім: Олардың арасындағы қашықтық d-ден аз немесе оған тең болған кезде молекулалар соқтығысатыны анық, яғни соқтығысудың тиімді ауданы $\sigma = \pi d^2$ болады. Бұл жағдайда молекуланың соқтығысуға дейінгі қозғалысы түзу болғандықтан, соқтығысқанға дейінгі көлем радиусы d цилиндрінің көлемі болады.

А.3. Молекулалардың салыстырмалы қозғалысын ескере отырып, бос жүгірудің жаңа ұзындығын табыңыз. **(0,7 балл)**

Шешім: Салыстырмалы қозғалысты қарастырған кезде келтірілген масса ұғымы басты рөл атқаратынын ескереміз. Бір газ жағдайында $\mu = \frac{m}{2}$, ал жылдамдық $v \propto m^{-\frac{1}{2}}$, содан кейін $\frac{v}{v_{\text{отн}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Енді уақыт бірлігінде соқтығысулардың санын қарастыра отырып, біз мынаны аламыз:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \overline{v_{\text{отн}}} n\sigma \rightarrow \Delta N = 1 = n\overline{v_{\text{отн}}}\sigma\Delta t \rightarrow 1 = n\overline{v_{\text{отн}}}\sigma \cdot \frac{\lambda}{\bar{v}} \rightarrow \lambda = \frac{1}{n\sigma} \cdot \frac{\bar{v}}{\overline{v_{\text{отн}}}} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$$

А.4. 1 және 2 газ молекулаларының бос жүрісінің ұзындығын табыңыз. **(1,3 балл)**

Шешім: уақыт бірлігіне бірінші газ молекуласының соқтығысу санын қарастырыңыз:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \overline{v_{\text{отн1}}} n_1\sigma_{11} + \overline{v_{\text{отн2}}} n_2\sigma_{12} \rightarrow \lambda_1 = \frac{\overline{v_1}}{\overline{v_{\text{отн1}}} n_1\sigma_{11} + \overline{v_{\text{отн2}}} n_2\sigma_{12}} = \frac{1}{\sqrt{2}n_1\sigma_{11} + \sqrt{1 + m_1/m_2}\, n_2\sigma_{12}}$$

Екінші газ молекуласына бірдей әрекеттерді қолдана отырып, біз аламыз:

$$\lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{2}n_2\sigma_{22} + \sqrt{1 + m_2/m_1}n_1\sigma_{12}}$$

Осында $\sigma_{11} = \pi d_1^2$; $\sigma_{12} = \frac{\pi(d_1+d_2)^2}{4}$; $\sigma_{22} = \pi d_2^2$

Бөлім B. Бірнеше молекулалардың соқтығысуы және аммиак түзілу жылдамдығы. (5 балл)

B.1. Газ молекулаларының жалпы саны N және газ V көлемін алатын болса, N газ молекулаларының төмен көлеміне ену ықтималдығын табыңыз. $n \ll N, \Delta V \ll V$ есептеңіз **(1,8 балл)**

Шешім: 1 молекуланың ΔV көлемінде болу ықтималдығы $p = \Delta V/V$ екенін ескерейік. Екінші жағынан, көлемнен тыс болу ықтималдығы $q = 1 - \Delta V/V$. Содан кейін n молекулаларын ΔV аз көлемде табу ықтималдығы $P = C \cdot p\hat{}n \cdot q\hat{}(N - n)$. Мұнда C көбейткіші молекулалардың біркелкілігіне байланысты пайда болады, яғни n молекулаларын біздің көлемімізге орналастырудың көптеген жолдары бар. Комбинаторикадан біз жолдардың санын білеміз: $C = \frac{N!}{n!\cdot(N-n)!}$, сондықтан $P = \frac{N!}{n!\cdot(N-n)!} \cdot p^n \cdot q^{N-n}$. $\Delta V \ll V$ и $n \ll N$ себебінен, біз $P = \frac{N!}{n!\cdot(N-n)!} \cdot p^n \cdot q^{N-n} = \frac{N^n}{n!} \cdot \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^n \cdot \left(1 - \frac{\Delta V}{V}\right)^N$ таба аламыз.

B.2. Уақыт бірлігінде пайда болатын аммиак молекулаларының санын x функциясы ретінде табыңыз. **(0,7 балл)**

Шешім: Сонда соққылардың саны N=PN_1 болады. Біздің жағдайда $n = 3$; $\Delta V = \frac{\pi x^3}{6}$. Сонда $N = N_1 \frac{{N_2}^3}{6} \cdot \left(\frac{\pi x^3}{6V}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{\pi x^3}{6V}\right)^{N_2}$. Соқтығысу уақыты:

$$\tau = \frac{x}{2\overline{v_{\text{отн}}}} = \frac{x}{2\overline{v_1}\sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}}}$$

Аммиактың түзілу жылдамдығы:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = 4\overline{v_1}\sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}} N_1 \frac{{N_2}^3}{6} \cdot \left(\frac{\pi}{6V}\right)^3 \cdot \left(\left(1 - \frac{\pi x^3}{6V}\right)^{N_2} \cdot x^8\right)$$

В.3. Бір уақытта кері әрекеттесетін аммиак молекулаларының санын табыңыз **(1 балл)**

Шешім: Бұл жағдайда соқтығысулар саны А.4 тармағының нәтижесімен оңай анықталады.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -N_3 \cdot \overline{v_{\text{отн}}}\sigma_{33}n_3 = \frac{N_3^2}{V}\sigma_{33}\sqrt{2}\cdot\overline{v_3}$$

В.4. Азоттың сутегімен реакциясы кезінде молекулалардың тиімді мөлшерін табыңыз. Оны азот пен сутегі молекулаларының мөлшерімен және қоспадағы азоттың бос жүру ұзындығымен салыстырыңыз. **(1,5 балл)**

Шешім: тепе-теңдік кері әрекеттесетін молекулалардың саны түзілетін молекулалардың санына тең болған кезде алынады. N_1 және N_2 түзілгендер үшін өрнекте заттың бастапқы мөлшерін және жүйеде сутегі мен азот атомдарының санын сақтаудан аммиактың тепе-теңдік мөлшерін білу арқылы оңай алуға болатындығын байқауға болады:

$N_1 + \frac{N_3}{2} = N_{01};\ \ N_2 + \frac{3N_3}{2} = N_{02}$

Осыны пайдаланып, x-ті табу үшін теңдеуді аламыз:

$$\left(\left(1-\frac{\pi x^3}{6V}\right)^{N_2}\cdot x^8\right) = \sqrt{\frac{m_1m_2}{2m_3(m_1+m_2)}}\cdot\left(\frac{6}{\pi}\right)^3\cdot\frac{3N_3^2}{N_1N_2^3}\sigma_{33}V^2$$
$$= 8.29\cdot 10^{-71}\text{м}^8$$

Біздің $x \propto 10^{-9}$м, сондықтан $\frac{\pi x^3}{6V} \ll 1$. Сонда керемет шектеуді біле отырып, аламыз:

$$\left(1-\frac{\pi x^3}{6V}\right)^{N_2} = \exp\left(-N_2\frac{\pi x^3}{6V}\right) \approx 1$$

Осыдан біз x-ті есептей аламыз:

$$x = \left(\sqrt{\frac{m_1m_2}{2m_3(m_1+m_2)}}\cdot\left(\frac{6}{\pi}\right)^3\cdot\frac{3N_3^2}{N_1N_2^3}\sigma_{33}V^2\right)^{\frac{1}{8}} = 1.74\ \text{нм}$$

$\frac{2x}{d_1+d_2} = 12.63$ – тиімді өлшем молекулалардың мөлшерінен едәуір үлкен.

Бұл мәнді қоспада қазірдің өзінде 3 газ деп анықтауға болатын бос жүрістің ұзындығымен салыстыру үшін:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{2}n_1'\sigma_{11} + \sqrt{1+m_1/m_2}n_2'\sigma_{12} + \sqrt{1+m_1/m_3}n_3\sigma_{13}}$$

$\lambda_1 = 11.13$ нм и $\frac{x}{\lambda_1} = 0.156$, яғни, өлшемді бос жүгіріс ұзындығымен салыстыруға болады, бірақ одан едәуір аз.

Бөлім С. Реакцияның жылу әсерін анықтау (2,2 балл)

С.1. Кесте деректерін қолдана отырып, берілген реакция реакциясының ΔH жылу әсерінің мәнін анықтаңыз. **(2,2 балл)**

Шешім: Газдар қоспасының қысымын келесідей анықтауға болады:

$$P_3 = \frac{(n_1 + n_2 + n_3)RT}{V} \ (1)$$

Азот пен сутегі мөлшері мен аммиак мөлшері арасындағы байланысты қолдана отырып, біз аламыз:

$$P_3 = \frac{(n_{01} + n_{02} - n_3)RT}{V} \ (2)$$

Тепе-теңдіктің шарты: $\frac{\Delta n_3}{\Delta t} = k n_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} - r n_3^{\nu_3} = 0 \ (3)$

Және В бөлімі бойынша $\nu_1 = 1;\ \nu_2 = 3;\ \nu_3 = 2 \ (4)$.

Содан кейін, $\frac{n_3^2}{n_2^3 n_1} = \frac{k}{r} = A \cdot \exp\left(-\frac{\Delta H}{RT}\right) \ (5)$

Содан кейін қайтадан зат мөлшерінің байланысын ауыстырып, аммиак мөлшері арқылы температураны білдіре отырып, біз қысым үшін өрнекті аламыз:

$$P = -\frac{(n_{01} + n_{02} - n_3)\Delta H}{V} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{n_3^2}{(n_{01} - \frac{n_3}{2}) \cdot \left(n_{02} - \frac{3n_3}{2}\right)^3}\right) - \ln(A)} \ (6)$$

А коэффициенті бізге белгісіз, сондықтан біз бұл өрнекті ыңғайлы етіп өзгертеміз:

$$\ln\left(\frac{n_3^2}{(n_{01} - \frac{n_3}{2}) \cdot \left(n_{02} - \frac{3n_3}{2}\right)^3}\right) = -\frac{(n_{01} + n_{02} - n_3)\Delta H}{PV} + \ln(A) \ (7)$$

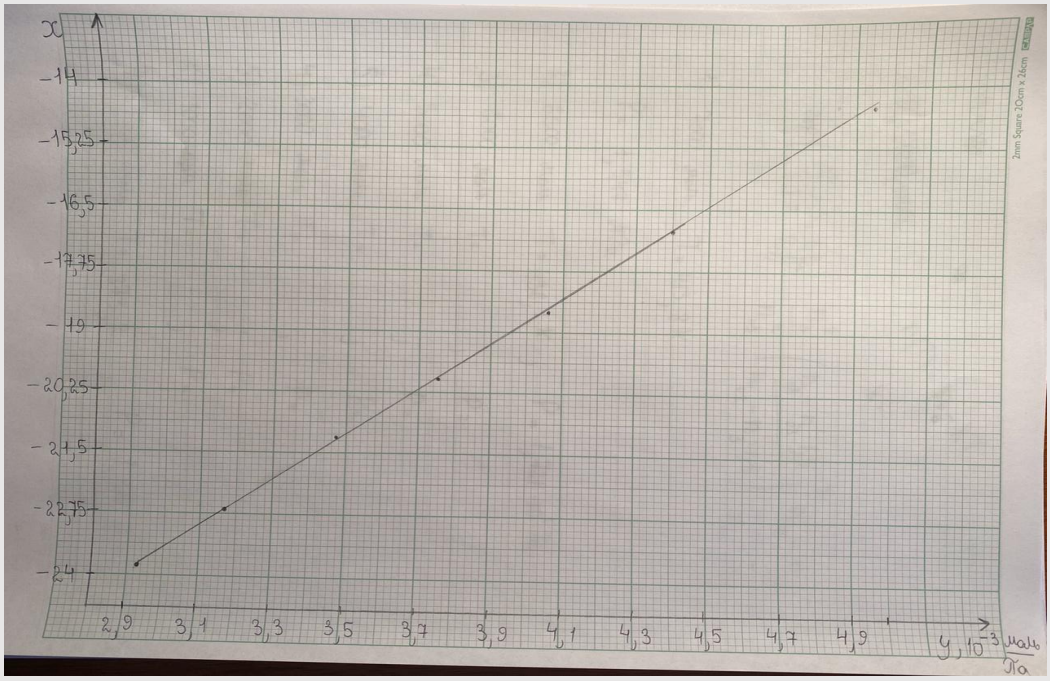
Өрнектегі мәндердің кестесін жасайық:

$$P, n_3, x = \ln\left(\frac{n_3^2}{(n_{01} - \frac{n_3}{2}) \cdot \left(n_{02} - \frac{3n_3}{2}\right)^3}\right), y = \frac{(n_{01} + n_{02} - n_3)}{P}$$

P, МПа	$n_3, 10^3$моль	y	$x, 10^{-3}\frac{\text{моль}}{\text{Па}}$
5.3	0.5	-23.785	2.925
4.8	0.8	-22.681	3.167
4.2	1.4	-21.214	3.476
3.9	1.8	-20.461	3.641

3.7	2.1	-19.955	3.757
3.2	3	-18.579	4.063
2.7	4.1	-16.961	4.407
2.1	5.6	-14.395	4.952

Сонда біз $y(x)$ сызықтық кесте құра аламыз.



Сур.1. График $y(x)$

График бойынша:

$$-\frac{\Delta H}{V} = 4620\,\frac{\text{Па}}{\text{моль}} \rightarrow \Delta H = -92400\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$$

Реакцияның дұрыс жылу әсері:

$$\Delta H = -91840\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$$