



# Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

## Теоретический тур

### 11 класс.

**Внимание! Прочтите это в первую очередь!**

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

4. Подписывать рабочие листы запрещается.

5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.

6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



Пакет заданий содержит:

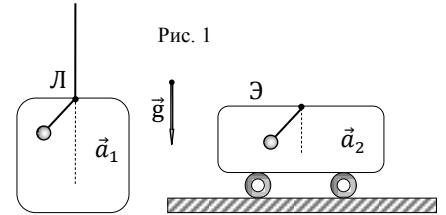
- титульный лист (1 стр.);

- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (8 стр.).

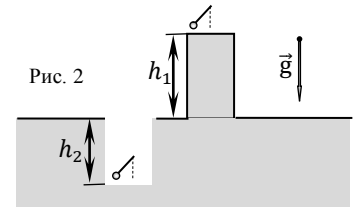
**Задание 11-1. Гармоническая разминка**

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $\pi = 3,14$ , при малых  $x$  ( $x \rightarrow 0$ ) справедливы приближенные формулы:  $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ ,  $\sin x \approx x$ ,  $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$ .

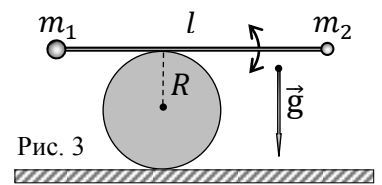
**1.1 «Разгон маятника»** Известно, что период колебаний математического маятника, подвешенного в лифте Л (Рис. 1), движущемся с ускорением  $a_1 = 1,5 \text{ м/с}^2$ , и в электричке Э, движущейся с некоторым ускорением  $a_2$ , один и тот же. Куда едет лифт? Чему равно ускорение  $a_2$  электрички?



**1.2 «Маятник в шахте»** Известно, что на горе высотой  $h_1 = 1,0 \text{ км}$  маятниковые часы (Рис. 2) начинают отставать на промежуток времени  $\tau = 14 \text{ с}$  в сутки. На какую глубину  $h_2$  необходимо опустить эти часы в шахту (см. Рис. 2), чтобы они шли также, как и на горе?



**1.3 «Непостоянная планка»** Небольшие шарики массами  $m_1$  и  $m_2$  закреплены на концах лёгкой жесткой тонкой планки длиной  $l$ . Планка с шариками покоится на поверхности неподвижного шероховатого горизонтального цилиндра радиусом  $R$  (Рис. 3). В положении равновесия планка горизонтальна и перпендикулярна оси цилиндра (на Рис. 3 показан вид со стороны торца цилиндра). Планку, приподнимая один из шариков, поворачивают на малый угол, так, что она движется по цилиндру без проскальзывания, и отпускают. После этого в системе начинаются колебания, в процессе которых планка движется в плоскости рисунка по поверхности цилиндра также без проскальзывания. Найдите период  $T$  малых колебаний планки с шариками.



**Лист ответов. Задание 11-1. Гармоническая разминка**

**1.1** Куда едет лифт?:

Ускорение  $a_2$  электрички:

**1.2** Глубина  $h_2$ :

**1.3** Формула для периода  $T$  малых колебаний планки:

### Задание 11-2. Миг невесомости

Рассмотрим механическую систему, образованную из тонкого гладкого проволочного кольца массой  $M$ , стоящего на горизонтальной плоскости (Рис. 1), и двух небольших одинаковых бусинок массой  $m$  каждая, насаженных на него. Бусинки могут скользить по кольцу без трения.

В начальный момент времени бусинки находятся вблизи верхней точки кольца (см. Рис. 1), а затем их одновременно отпускают без начальной скорости. Далее бусинки симметрично скользят по кольцу без трения, не опрокидывая его, разъезжаются, удаляясь друг от друга, и одновременно съезжаются в нижней точке кольца.

Будем характеризовать положение каждой бусинки на кольце углом  $\alpha$ , образуемым текущим радиусом кольца с вертикалью (Рис. 2). Угол  $\alpha$  измеряется в радианах (рад) и при скольжении каждой бусинки изменяется в пределах  $0 \leq \alpha \leq \pi$ .

Динамометр  $G$ , вмонтированный в горизонтальную плоскость под кольцом (см. Рис. 2), измеряет зависимость веса  $P(\alpha)$  всей механической системы от угла  $\alpha$  при скольжении бусинок по кольцу.

Сопротивлением воздуха при движении бусинок пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

#### Часть 1. Общая теория

В первой части задачи Вам необходимо вывести формулы для расчёта различных физических параметров системы (силы реакции  $\vec{N}$  кольца (Рис. 3), её вертикальной проекции  $N_y$ , и т.д.) от угла  $\alpha$ .

**1.1** Получите зависимость модуля силы реакции кольца  $N(\alpha) = |\vec{N}(\alpha)|$ , действующей на бусинку, от угла  $\alpha$ .

**1.2** Найдите угол  $\alpha_1$  при котором сила реакции кольца  $N(\alpha)$ , становится равной нулю, т.е. бусинка не давит на кольцо.

**1.3** Разложите силу реакции  $\vec{N}$  кольца на вертикальный и горизонтальный компоненты вдоль стандартных (декартовых осей)  $\vec{N} = \vec{N}_y + \vec{N}_x$ . Найдите зависимость вертикальной проекции  $N_y(\alpha)$  силы реакции кольца от угла  $\alpha$ .

**1.4** Введём понятие приведенной вертикальной проекции  $N_y^*$  силы реакции кольца, как функции  $N_y^*(\alpha) = N_y(\alpha)/mg$ . На выданном бланке постройте график зависимости  $N_y^*(\alpha)$  в интервале  $0 \leq \alpha \leq \pi$  с шагом по углу  $h = 0,05 \text{ рад}$ .

**1.5** Выделите характерные этапы и точки построенного графика  $N_y^*(\alpha)$  и кратко их прокомментируйте с физической точки зрения.

#### Часть 2. Работа с графиком

Во второй части задачи Вам предстоит самое сложное – применить формулы, выведенные в первой части задачи, для «расшифровки» графика, полученного с использованием встроенного динамометра  $G$

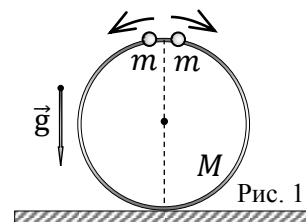


Рис. 1

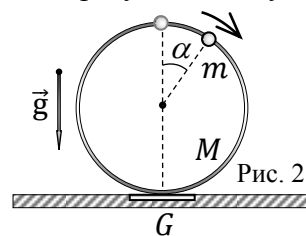


Рис. 2

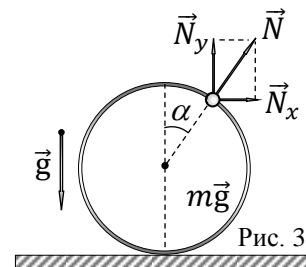


Рис. 3

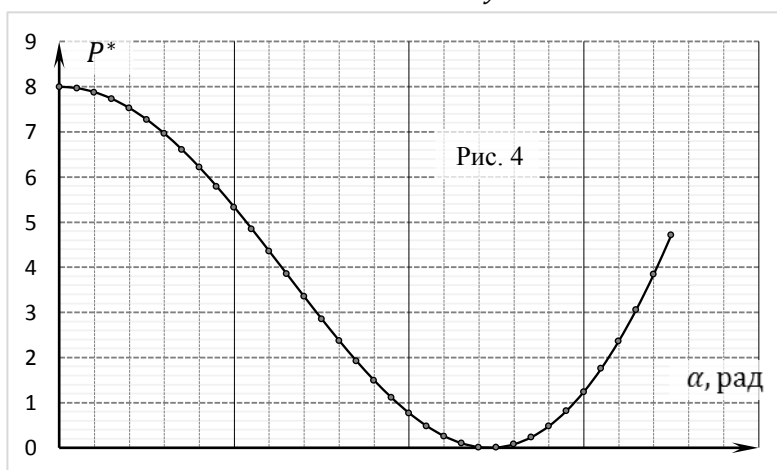


Рис. 4

(см. Рис. 2) при движении бусинок.

На графике (Рис. 4) представлена зависимость приведенного веса  $P^*(\alpha) = P(\alpha)/m_0g$  всей механической системы от угла  $\alpha$  в некотором диапазоне, где постоянная  $m_0 = 10$  г. При этом шкала делений по оси абсцисс отсутствует.

**2.1** Используя данные графика (см. Рис. 4), найдите массы бусинки  $m$  и кольца  $M$ .

**2.2** Вычислите максимальный вес  $P_{max}$  системы в процессе движения бусинок. При каком значении угла  $\alpha_5$  он достигается?

**2.3** Восстановите численные значения по оси абсцисс.

**Лист ответов. Задание 11-2. Миг невесомости**

**1.1** Зависимость модуля силы реакции кольца  $N(\alpha) = |\vec{N}(\alpha)|$ :

**1.2** Угол  $\alpha_1$ :

**1.3** Зависимость вертикальной проекции  $N_y(\alpha)$  :

**1.4** См. график на бланке в конце Листа ответов

**1.5** Характерные этапы и точки построенного графика  $N_y^*(\alpha)$  и их краткий комментарий:

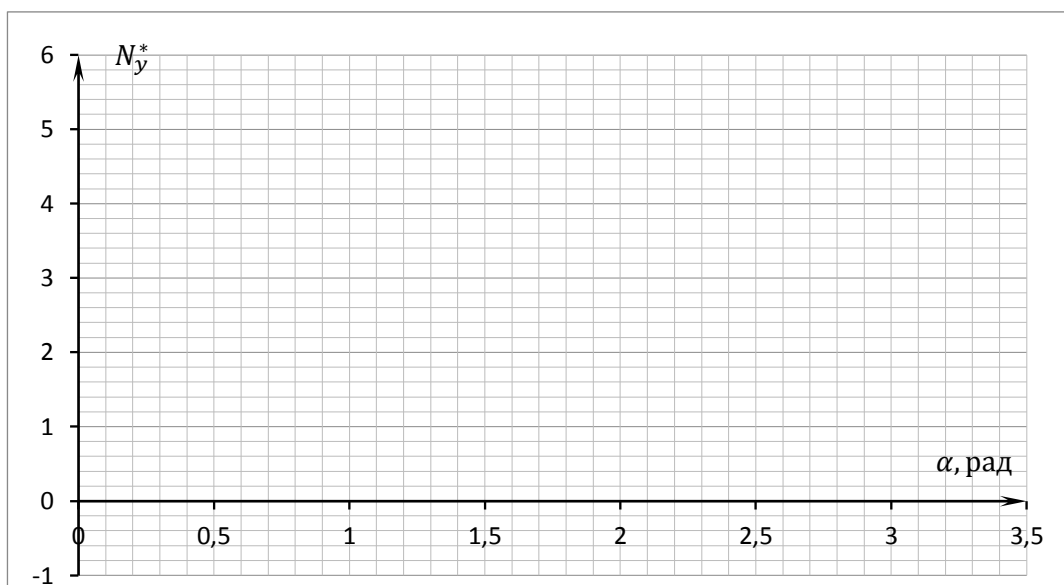
**2.1** Массы бусинки  $m$ :

Масса кольца  $M$ :

**2.2** Максимальный вес  $P_{max}$  :

**2.3** Восстановленные численные значения по оси абсцисс:

График зависимости  $N_y^*(\alpha)$  (п. 1.4)



### Задание 11-3. Прогрессивная электростатика

В современной физике широко распространены различные векторные методы решения прикладных задач. Наглядность и простота векторной алгебры, векторных диаграмм позволяют эффективно и эффективно справляться с задачами различной степени сложности.

В качестве примера рассмотрим электростатическую систему из  $n$  одинаковых маленьких положительно заряженных шариков, расположенных в вакууме в вершинах правильного  $n$  – угольника (Рис. 1).

Расстояние от центра  $O$  правильного многоугольника до любой из его вершин равно  $R$ .

Угол  $\alpha$  между соседними радиусами, проведенными из точки  $O$  к любым соседним вершинам правильного  $n$  – угольника, обозначим через  $\alpha$  (см. Рис. 1).

Величины электрических зарядов ( $q_i$ ) шариков занумеруем по часовой стрелке в том же порядке, что и шарики ( $q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$ ) (см. Рис. 1).

Далее будем рассматривать различные варианты прогрессий, которые образуют электрические заряды ( $q_i$ ) шариков и напряженности  $\vec{E}_i$  электростатических полей, создаваемых ими в центре  $O$  правильного многоугольника.

*Справочные данные и параметры рассматриваемой системы:* электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $R = 1,52$  м,  $q_0 = 151$  нКл,  $\pi = 3,14$ .

#### Часть 1. Арифметическая электростатика

**1.1** Пусть в вершинах правильного  $n$  – угольника находятся одинаковые заряды  $q_0$ , т.е. все  $q_i = q_0$ . Методом «мысленного поворота» найдите напряженность  $\vec{E}_1$  электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре  $O$  правильного многоугольника.

**1.2** Пусть теперь электрические заряды шариков ( $q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$ ) образуют арифметическую прогрессию с первым членом  $a_1 = q_1 = q_0$  и разностью  $d = q_0$  (Рис. 2). Получите формулу для напряженности  $\vec{E}_2$  электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре  $O$  правильного многоугольника.

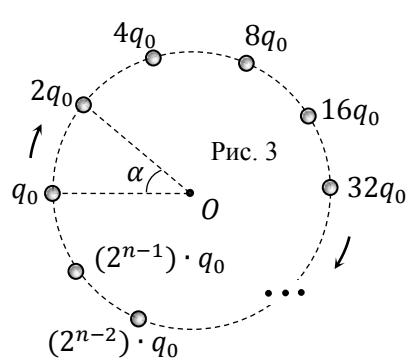
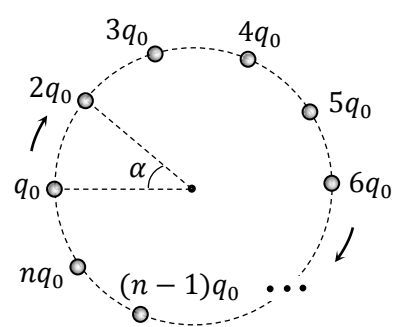
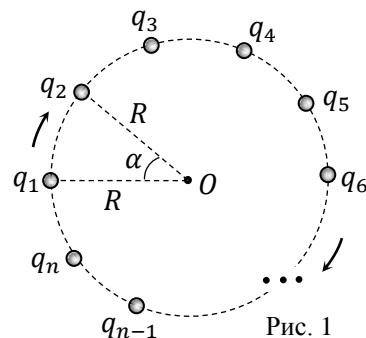
**1.3** Вычислите  $\vec{E}_2$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_2$  «нацелен» на третью вершину, в которой находится заряд  $3q_0$ .

#### Часть 2. Геометрическая электростатика

В этой части задачи величины электрических зарядов ( $q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$ ) шариков в вершинах правильного  $n$  – угольника образуют геометрическую прогрессию (Рис. 3) с первым членом  $b_1 = q_1 = q_0$  и знаменателем  $q = 2$ .

**2.1** Найдите напряженность  $\vec{E}_0$  электростатического поля, создаваемого первым (наименьшим) зарядом  $q_1 = q_0$  в центре  $O$  правильного многоугольника.

**2.2** Выведите формулу для напряженности  $\vec{E}_3$  электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре  $O$  правильного многоугольника.





2.3 Вычислите  $\vec{E}_3$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_3$  перпендикулярен вектору  $\vec{E}_0$ .

**Лист ответов. Задание 11-3. Прогрессивная электростатика**

1.1 Напряженность  $\vec{E}_1$ :

1.2 Формула для напряженности  $\vec{E}_2$ :

1.3  $\vec{E}_2$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_2$  «нацелен» на третью вершину:

2.1 Напряженность  $\vec{E}_0$ :

2.2 Напряженность  $\vec{E}_3$ :

2.3  $\vec{E}_3$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_3$  перпендикулярен вектору  $\vec{E}_0$ :