



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

Теоретический тур

10 класс.

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
4. Подписывать рабочие листы запрещается.
5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.
6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет заданий содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (10 стр.).



Задание 10-1. Лихо закручено

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь, ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

1.1 «Два шарика на нити» Два небольших шарика массами m_1 и m_2 , связанные легкой нитью длиной l , вращаются с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости (Рис. 1). Найдите силы натяжения нитей T_1 и T_2 , действующие на каждый из шариков, соответственно. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

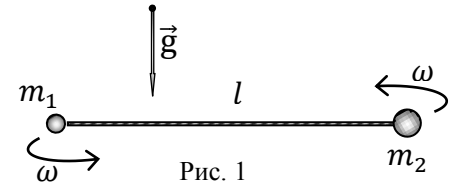


Рис. 1

1.2 «Три шарика на нити» Усложним задачу и добавим к середине нити длиной l третий небольшой шарик массой m_3 (Рис. 2). При вращении такой системы на горизонтальной плоскости оказалось, что модуль силы натяжения легкой нити у первого шарика равен T_1 , а у второго, соответственно, T_2 . Найдите массу m_3 третьего шарика и угловую скорость ω вращения системы, считая массы шариков m_1 и m_2 известными.

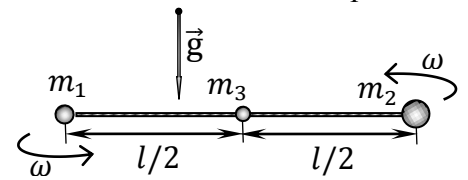


Рис. 2

1.3 «Космическое вращение» Космическая станция состоит из двух отсеков массами m_1 и m_2 , соединенных длинным однородным тросом длины l . Станция вращается вокруг оси, перпендикулярной тросу, при этом модуль силы натяжения троса вблизи одного отсека равен T , а вблизи другого $T + \Delta T$ ($\Delta T \ll T$). Найдите массу соединительного троса m_T и угловую скорость $\omega_{\text{КС}}$ вращения космической станции.

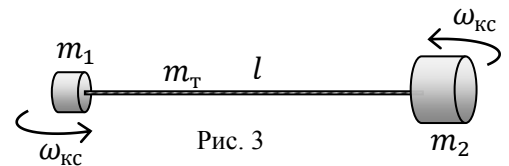


Рис. 3

Лист ответов. Задание 10-1. Лихо закручено

1.1 Сила натяжения нити T_1 :

Сила натяжения нити T_2 :

1.2 Масса m_3 шарика:

Угловая скорость ω системы:

1.3 Масса соединительного троса m_T :

Угловая скорость $\omega_{кс}$:

Задание 10-2. Годограф

Годографом вектора называется кривая, представляющая собой множество концов переменного со временем вектора $\vec{r}(t)$, начало которого (Рис. 1) для всех t есть фиксированная точка O («Математический энциклопедический словарь»). Иными словами годограф вектора представляет собой множество точек, по которым «движется» конец данного вектора со временем, если положение его начала зафиксировать в некоторой точке O .

Справедливости ради отметим, что школьники косвенно знакомы с данным понятием, поскольку годографом радиус-вектора $\vec{r}_i(t)$ ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$) движущейся материальной точки является ... её траектория, отмеченная на рисунке 1 пунктирной линией. Годограф вектора наглядно представляет его эволюцию с течением времени, а также используется при различных расчетах.

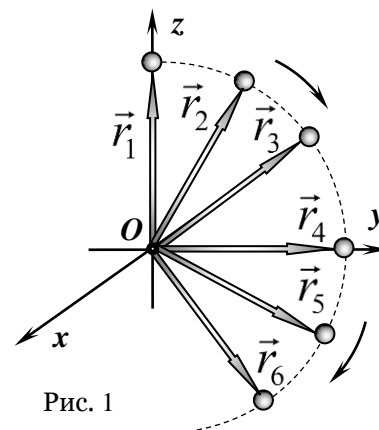


Рис. 1

Часть 1. Вычисление полного ускорения

1.1 Небольшой массивный шарик, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, отклонили так, что нить стала горизонтальна и аккуратно отпустили без натяжения нити (рис. 2). При движении шарик будет приобретать как центростремительное (нормальное) ускорение \vec{a}_n , направленное вдоль нити, так и касательное (тангенциальное) \vec{a}_τ ускорение, направленное перпендикулярно нити (см. рис. 2). Сумма $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$ называется *полным* ускорением тела. Найдите зависимости модулей ускорений \vec{a}_n и \vec{a}_τ от угла α , образованного нитью с вертикалью. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения \vec{g} .

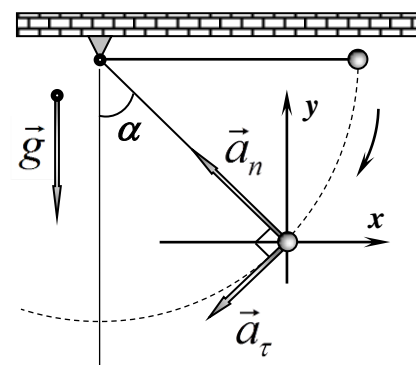


Рис. 2

1.2 Найдите зависимость $a(\alpha)$ модуля полного ускорения \vec{a} шарика от угла α в процессе движения до нижней точки траектории.

1.3 Поскольку вектор полного ускорения шарика поворачивается со временем, то в некоторый момент он будет горизонтален. Найдите полное ускорение шарика a_1 и угол α_1 между нитью и вертикалью в этот момент времени.

Часть 2. Построение годографа полного ускорения шарика

2.1 Найдите зависимости проекций a_x и a_y полного ускорения шарика от угла α в стандартной (декартовой) системе координат. Выразите их в безразмерных единицах $a_x^* = a_x / g$ и $a_y^* = a_y / g$.

2.2 Чему равен модуль максимального горизонтального ускорения $a_{x \max}$ шарика в процессе движения до нижней точки траектории? Максимального вертикального ускорения $a_{y \max}$?

2.3 Разбейте прямой угол α на интервалы по $\Delta\alpha = 5^\circ$ градусов и вычислите проекции ускорений a_x^* и a_y^* для точек в диапазоне $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Результаты вычислений занесите в Таблицу 1 (см. ниже).

2.4 Пользуясь Таблицей 1, постройте на выданном бланке годограф полного ускорения шарика при его движении до нижней точки траектории.

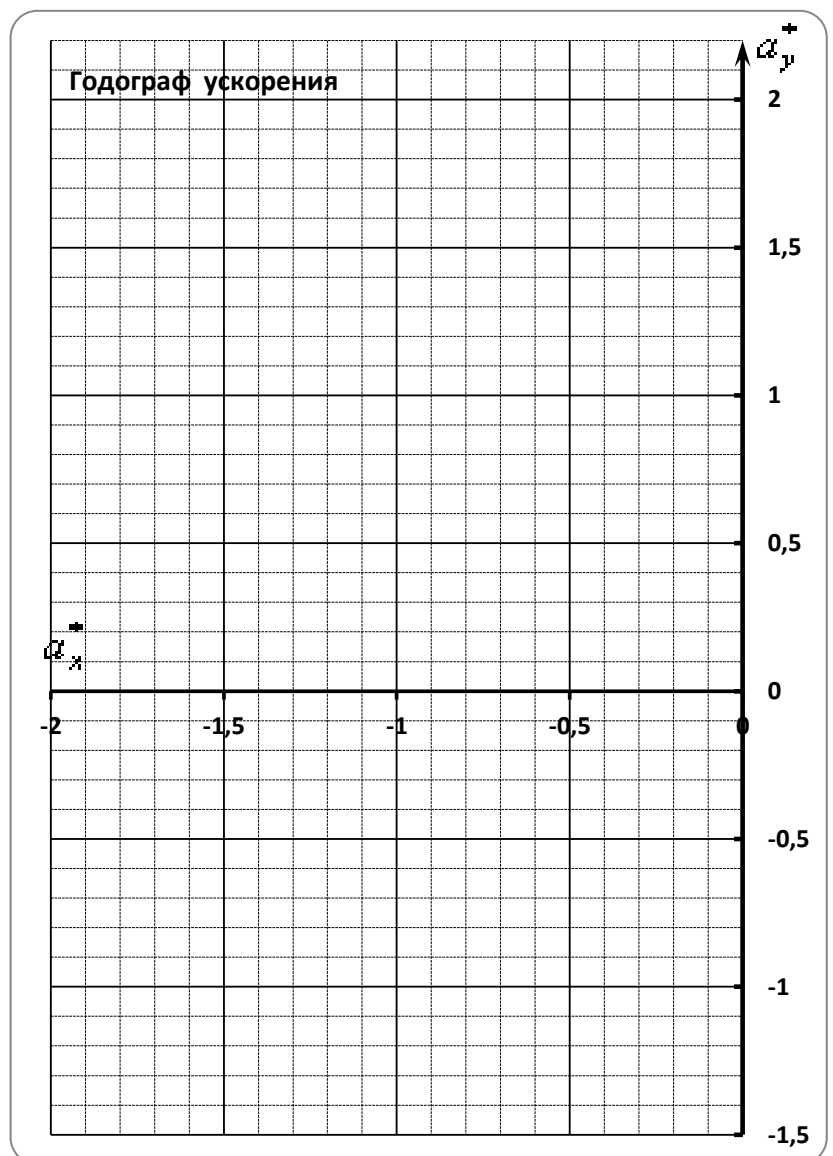
2.5 Проанализируйте построенный годограф, отметьте его существенные особенности и попытайтесь описать их математически (например, получить уравнение, описывающее полученную кривую).

Лист ответов. Задание 10-2. Годограф

Таблица 1. Вычисление a_x^* и a_y^* .

Угол	a_x^*	a_y^*
90°		
85°		
80°		
75°		
70°		
65°		
60°		
55°		
50°		
45°		
40°		
35°		
30°		
25°		
20°		
15°		
10°		
5°		
0°		

Бланк для построения годографа ускорения шарика по Таблице 1.



Лист ответов. Задание 10-2. Годограф

1.1 \vec{a}_n от угла α :

\vec{a}_τ от угла α :

1.2 Зависимость модуля полного ускорения $a(\alpha)$:

1.3 a_1 :

α_1 :

2.1 Зависимость проекции a_x полного ускорения шарика от угла α :

Зависимость проекции a_y полного ускорения шарика от угла α

2.2 $a_{x \max}$:

$a_{y \max}$:

2.3 Заполните Таблицу 1. (См. выше)

2.4 Постройте годограф ускорения на Бланке (См. выше)

2.5 Анализ построенного годографа

Задание 10-3. Не хуже Карно ..?

Двигатели внутреннего сгорания (ДВС), работающие по различным термодинамическим циклам, успешно работают в современном мире. Миллионы машин используют как бензиновые, так и дизельные ДВС, а доля электромобилей на мировом рынке в настоящий момент крайне невелика – около 2 %.



Рис. 1

При создании ДВС в середине XIX века перед инженерами и конструкторами встал важный прикладной (и научный!) вопрос: а какой тепловой двигатель имеет максимальный термодинамический КПД, т.е. является идеальной тепловой машиной?

Заметим, что цикл Отто (бензиновый двигатель) и цикл Дизеля (дизельный двигатель) не являются идеальными тепловыми циклами, хотя автомобили, работающие по этим циклам, и составляют львиную долю современного производства.

Идеальная тепловая машина была описана в 1824 г. французским физиком и инженером Сади Карно (Рис. 1) в работе «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу».

Идеальный цикл Карно (Рис. 2), состоящий из двух изотерм и двух адиабат, сегодня известен каждому школьнику.

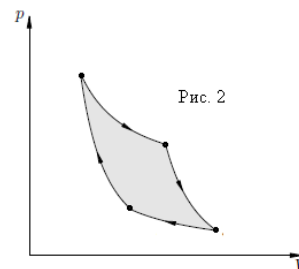


Рис. 2

В данном задании мы немного «пофантазируем» и предложим свой цикл, который также использует элементы знаменитого цикла Карно.

Справочные данные и параметры рассматриваемой системы: если $a^n b^m = const$, то при малых Δa и Δb ($\Delta a \ll a$, $\Delta b \ll b$) справедливо равенство: $n \frac{\Delta a}{a} + m \frac{\Delta b}{b} = 0$ (справедливо также и обратное утверждение); молярная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

Часть 1. Адиабатный процесс

Термодинамический процесс, проводимый без теплообмена ($Q = 0$) с окружающей средой (т.е. в теплоизолированной системе), называется *адиабатным* процессом. Адиабатными являются многие быстропротекающие процессы (взрыв, быстрое расширение (сжатие) газа, распространение звуковой волны), процесс подъема теплого воздуха с поверхности земли с последующим охлаждением, конденсацией пара и образованием облаков и т.д.

1.1 Теплоёмкость c^M идеального газа, взятого в количестве $\nu = 1$ моль ($m = M$), называется молярной теплоёмкостью. Найдите молярную теплоёмкость c_V^M идеального одноатомного газа при изохорном процессе, т.е. при постоянном объёме ($V = const$). Запишите формулу для внутренней энергии U идеального одноатомного газа через c_V^M и в дальнейшем используйте её для любого идеального газа.

1.2 Выразите молярную теплоёмкость идеального газа c_p^M при постоянном давлении ($p = const$), т.е. при изобарном процессе, через c_V^M .

1.3 Получите уравнение адиабатного процесса для произвольного идеального газа в переменных (T, V) с показателем адиабаты $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$.

1.4 В полученном уравнении сделайте замену переменных и запишите уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона) для произвольного идеального газа в «традиционном» виде, т.е. в переменных (p, V) .

1.5 Схематически изобразите на одной (p, V) – диаграмме ход адиабаты и изотермы идеального газа. Кратко охарактеризуйте особенности построенных графиков.

Часть 2. Цикл с адиабатой

С идеальным одноатомным газом провели циклический процесс $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ (Рис. 3), состоящий из изобары $A \rightarrow B$, изохоры $B \rightarrow C$ и адиабаты $C \rightarrow A$.

2.1 Укажите участки цикла, на которых работал нагреватель, т.е. газ получал теплоту от внешнего источника. Найдите количество теплоты Q_1 , переданное рабочему телу от нагревателя в данном цикле.

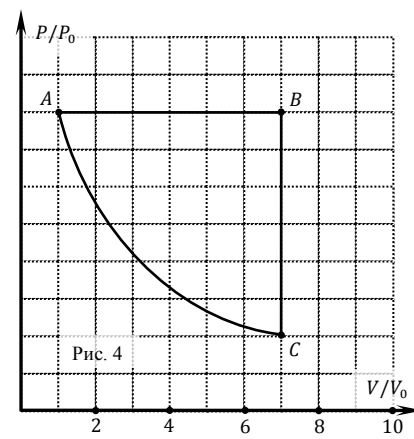
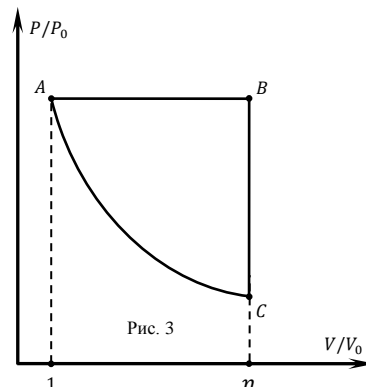
2.2 Используя ранее полученные результаты, найдите давление p_C газа в состоянии C .

2.3 Укажите участки цикла, на которых работал холодильник, т.е. газ отдавал теплоту внешнему источнику. Найдите количество теплоты Q_2 , отданное рабочим телом холодильнику в данном цикле.

2.4 Выведите формулу для термодинамического КПД η данного цикла. Как значение η зависит от параметров V_A и p_A термодинамической системы в начальном состоянии? Как, по вашему мнению, это можно объяснить?

2.5 Чему равен максимально возможный термодинамический КПД η_{max} описанного цикла?

2.6 На Рис. 4 изображен подобный процесс в безразмерных (относительных) координатах объёма и давления $(V/V_0; p/p_0)$, где V_0 и p_0 – некоторые неизвестные размерные масштабные множители. Вычислите термодинамический КПД η_1 цикла, изображенного на Рис. 4.



Лист ответов. Задание 10-3. Не хуже Карно

1.1 Формула для внутренней энергии U идеального одноатомного газа через c_V^M :

1.2 Молярная теплоемкость идеального газа c_p^M :

1.3 Уравнение адиабатного процесса для произвольного идеального газа в переменных (T, V) с показателем адиабаты $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$:

1.4 Уравнение адиабатного процесса для любого идеального газа в переменных (p, V) :

1.5 Схематическая диаграмма адиабаты и изотермы:



2.1 Количество теплоты Q_1 :

2.2 Давление p_c :

2.3 Участки цикла, на которых работал холодильник:

Количество теплоты Q_2 :

2.4 Формула для термодинамического КПД η :

Как значение η зависит от параметров V_A и p_A ?

2.5 η_{max} :

2.6 η_1 :