

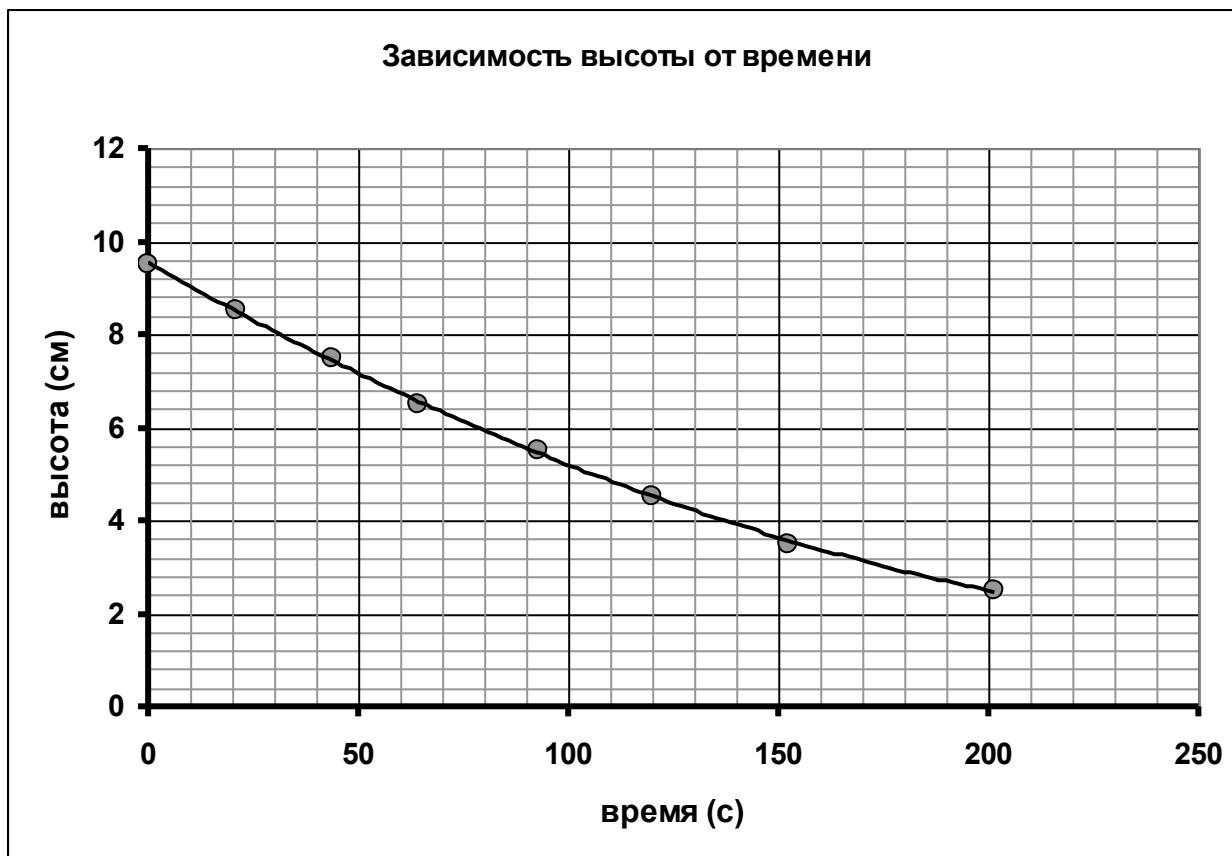
Задача 9-1 «Струя из бутылки»Часть 1. Закон движения уровня воды в бутылке.

1.1 При вытекании уровень воды в бутылке изменялся от 10 до 2 см, проводились измерения моментов времени, когда уровень воды изменялся на 1 см. Результаты измерений приведены в Таблице 1: h - высота уровня воды над отверстием, t - время от начала выливания до момента, когда уровень воды равнялся h .

Таблица 1.

Номер этапа	Время		t, c	h, cm	\sqrt{h}
	мин	сек			
0		0	0	9,5	3,08
1		21,03	21,03	8,5	2,92
2		43,93	43,93	7,5	2,74
3	1	4,24	64,24	6,5	2,55
4	1	33,07	93,07	5,5	2,35
5	2	0,16	120,16	4,5	2,12
6	2	32,42	152,42	3,5	1,87
7	3	21,35	201,35	2,5	1,58

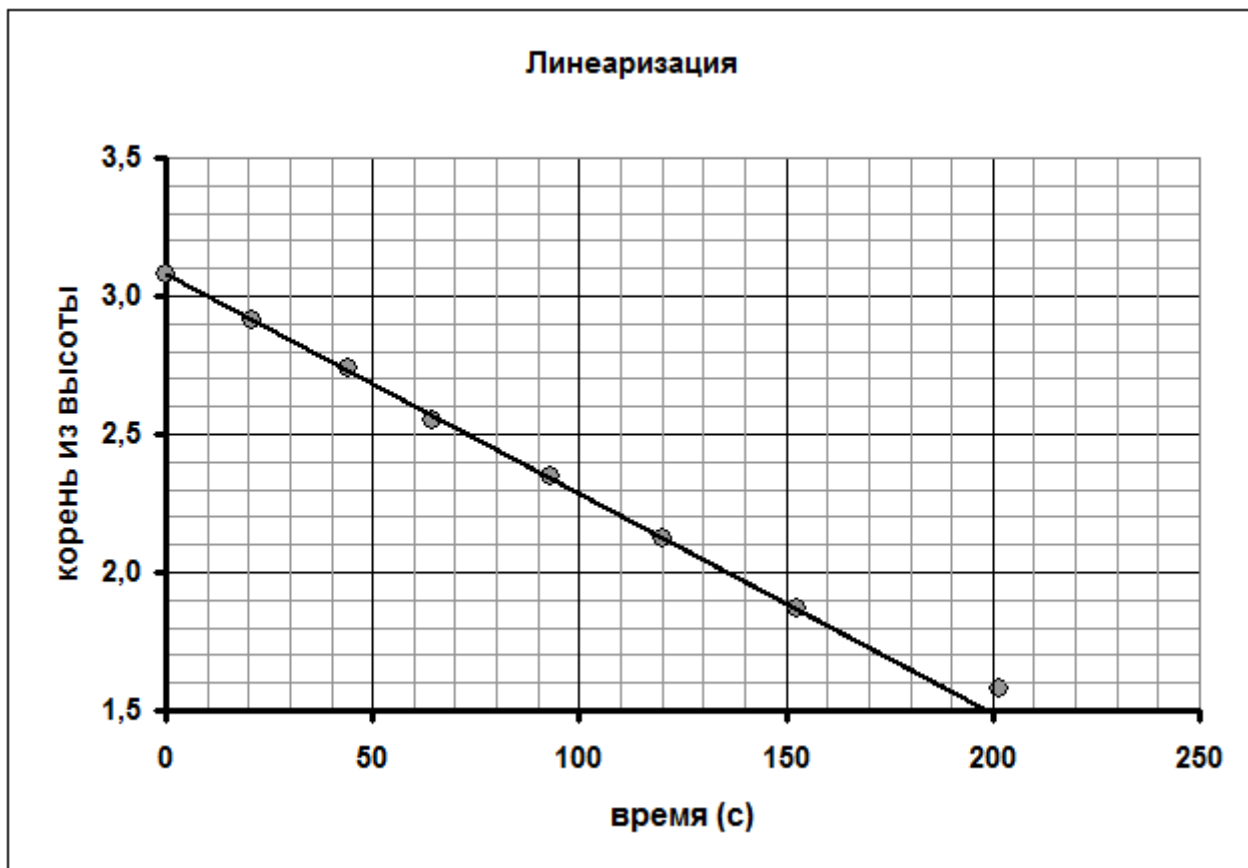
График зависимости высоты уровня воды от времени показан на рисунке.



1.2 Если приведенная формула правильно описывает зависимость $z(t)$, то зависимость корня из высоты от времени должна быть линейной

$$\sqrt{z} = \sqrt{\frac{a}{2}}(t - \tau) \quad (1)$$

На следующем рисунке показана эта линеаризованная зависимость.



Как следует из графика, полученная зависимость действительно является линейной. Что подтверждает применимость формулы (1). Незначительно от линейной зависимости отклоняется только последняя точка.

1.3 Из вида функции $z = \frac{a}{2}(t - \tau)^2$ следует, что движение уровня воды является равноускоренным. Тогда параметр a является ускорением, τ - полное время вытекания. По графику линеаризованной зависимости можно определить (например, графически) коэффициенты зависимости $\sqrt{z} = kt + b$:

Коэффициент наклона $k = -8,0 \cdot 10^{-3} \frac{см^{0,5}}{с}$;

Величина сдвига $b = 3,1 см^{0,5}$.

По этим данным можно найти требуемые физические параметры закона движения:

- время вытекания $\tau = -\frac{b}{k} \approx 390 с$.

- ускорение $a = 2k^2 \approx 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{см}{с^2}$.

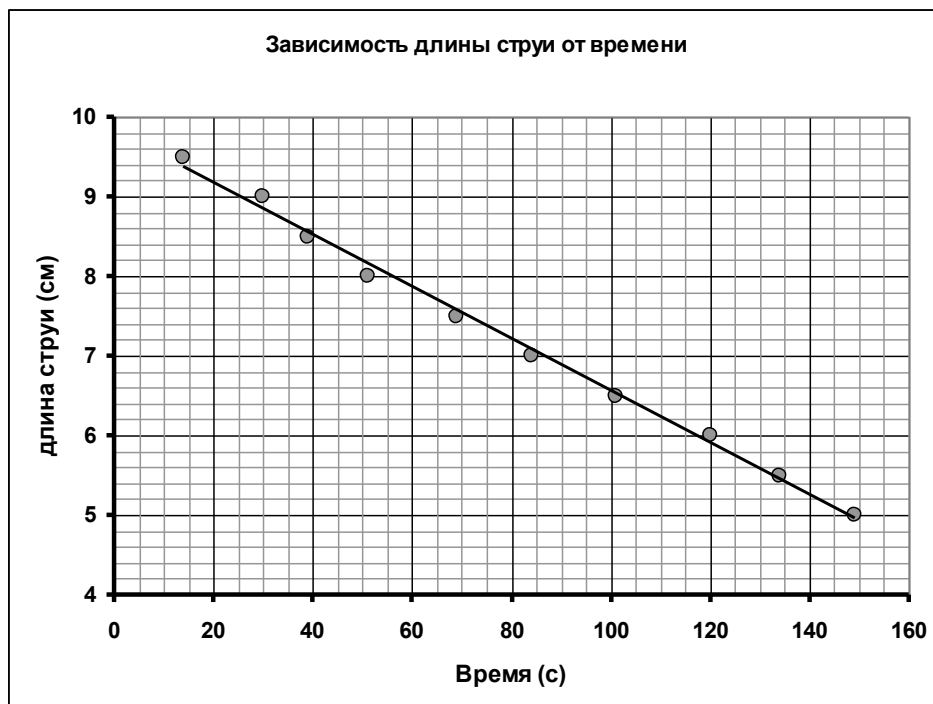
Часть 2. Измерение длины струи.

2.1 Измерения длины струи проводились на высоте 2,5 см ниже отверстия, высота уровня воды в бутылке изменялась от 7 до 4 см.

2.2 Результаты измерения зависимости длины струи от времени приведены в Таблице 2. Измерения проводились по прежней методике: засекались в памяти этапы времени, когда длина струи уменьшалась на 0,5 см. График зависимости показан на рисунке.

Таблица 2.

t, c	L, cm
149,0	5,0
134,0	5,5
120,0	6,0
101,0	6,5
84,0	7,0
69,0	7,5
51,0	8,0
39,0	8,5
30,0	9,0
14,0	9,5



2.3 Полученные данные свидетельствуют, что зависимость длины струи от времени линейна и может быть описана функцией

$$l(t) = l_0 - Vt . \quad (2)$$

Параметры этой зависимости могут быть определены по графику

Начальная длина струи $l_0 = 9,8cm$;

Скорость изменения длины $V = 3,3 \cdot 10^{-2} \frac{cm}{c}$.

2.4 Линейная зависимость длины струи от времени легко объяснима:

- высота падения струи постоянная, поэтому время движения постоянно;
- поэтому длина струи пропорциональна начальной скорости струи;
- в соответствии с формулой Торричелли начальная скорость пропорциональна корню из высоты;
- как показано в первой части этой задачи корень из высоты линейно зависит от времени, Поэтому и длина струи линейно убывает со временем.

Задача 9-2. «Плавление льда»

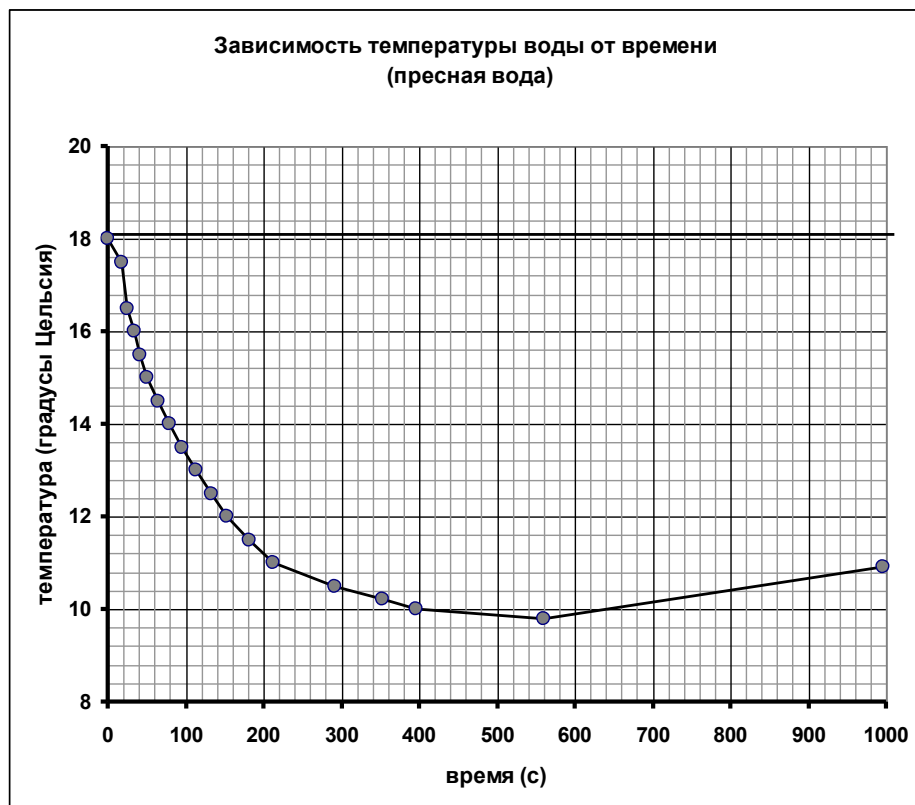
Часть 1. Плавление льда в пресной воде.

1.1 Измерения проводились при комнатной температуре $t_0 = 18,1^\circ\text{C}$.

1.2 Примерная масса кусочка льда $m_0 \approx 9,0\text{г}$.

1.3-1.4 Результаты измерений зависимости температуры воды от времени в течение плавления льда приведены в таблице 1 и на графике.

$t, ^\circ\text{C}$	$\tau, \text{с}$
18,0	0
17,5	18
16,5	26
16,0	34
15,5	41
15,0	50
14,5	65
14,0	79
13,5	96
13,0	113
12,5	133
12,0	153
11,5	182
11,0	212
10,5	291
10,2	353
10,0	397
9,8	561
10,9	996



1.5 Судя по графику, плавление льда закончилось, когда температура воды достигла минимального значения, т.е. в момент времени $\tau = 561\text{с}$.

Допустимо также считать, что плавление началось не с начального момента времени, а при $\tau = 18\text{с}$, потому, что в этой точке скорость уменьшения температуры заметно возросла.

1.6 За время плавления льда температура воды понизилась от $t_1 = 18^\circ\text{C}$ до $t_2 = 9,8^\circ\text{C}$. Если пренебречь теплообменом, то вся теплота, выделившаяся при остывании воды, пошла на плавление льда. В этом случае уравнение теплового баланса имеет вид

$$cm(t_1 - t_2) = \lambda m_0, \quad (1)$$

Где $m = 75\text{г}$ - масса воды в стакане, λ - удельная теплота плавления льда.

Из этого уравнения следует формула для расчета удельной теплоты плавления льда

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2)}{m_0}. \quad (2)$$

Подстановка численных значений приводит к результату

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2)}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-3} (18,0 - 9,8)}{9 \cdot 10^{-3}} = 2,9 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (3)$$

1.7 Прежде всего отметим, что в данном случае поток теплоты направлен из воздуха в воду, т.к. температура воды меньше, чем температура окружающей среды. Мощность потока теплоты пропорциональна разности температур, поэтому может быть представлена в виде

$$P = \beta(t_0 - t). \quad (4)$$

Так как температура воды в стакане постоянно изменяется, то необходимо разбить весь промежуток времени на малые интервалы $\Delta\tau_i$ и просуммировать по всем малым интервалам:

$$Q = \sum_i \beta(t_i - t_0)\Delta\tau_i = \beta \sum_i (t_i - t_0)\Delta\tau_i. \quad (5)$$

Последняя сумма численно равна площади между кривой зависимости $t(\tau)$ и горизонтальной прямой $t = t_0$.

Для определения коэффициента пропорциональности следует воспользоваться данными по нагреванию воды (после того, как весь лед расплавился). На рисунке показано разбиение требуемых площадей на интервалы. Площадь трапеции $A_4A_5B_5B_4$ (участок нагрева) численно равна

$$S_0 \approx 3370 \text{ град} \cdot \text{с}$$

Этой площади соответствует нагрев воды на $(\Delta t)_2 = 1,1^\circ\text{C}$.

Площадь криволинейной трапеции $A_0A_4B_4$ (этап остывания вследствие плавления) равна

$$S = 3660 \text{ град} \cdot \text{с} \quad (6)$$

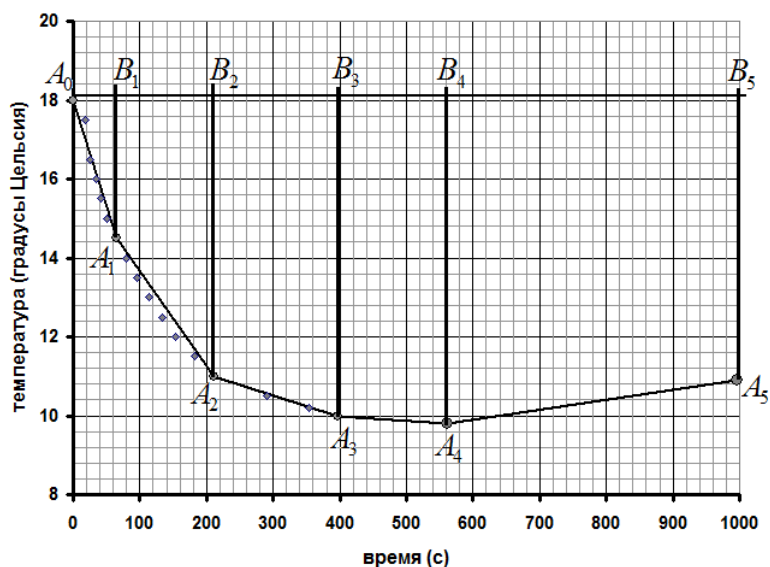
Количество поступившей на этом этапе теплоты эквивалентно нагреву воды на величину

$$(\Delta t)_1 = \frac{S}{S_0} (\Delta t)_2 \approx 1,08^\circ\text{C}. \quad (7)$$

Можно также сразу заметить, что эти площади примерно равны, поэтому можно считать, что за время плавления вода получила такое же количество теплоты, какое и отдала на этапе нагрева после окончания плавления. Иными словами, для уточнения значения удельной теплоты плавления к разности температур необходимо прибавить величину $(\Delta t)_1$. Такой пересчет приводит к уточненному значению удельной теплоты плавления

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2 + (\Delta t)_1)}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-3} (18,0 - 9,8 + 1,1)}{9 \cdot 10^{-3}} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (8)$$

Что очень близко к табличному значению.

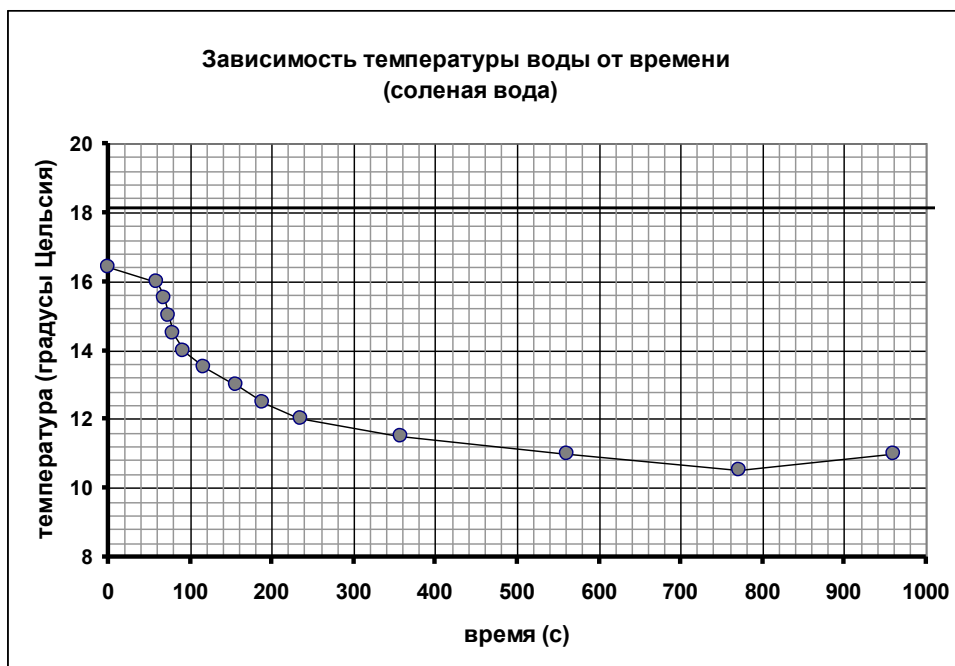


Часть 2. Плавление льда в растворе соли.

2.3-2.4 Результаты измерений зависимости температуры воды от времени в течение плавления льда приведены в таблице 1 и на графике.

Таблица 2.

$t, ^\circ\text{C}$	τ, c
16,4	0
16,0	59
15,5	68
15,0	74
14,5	79
14,0	92
13,5	117
13,0	156
12,5	189
12,0	235
11,5	358
11,0	561
10,5	772
11,0	961



В этом случае удельная теплота плавления оказывается равной

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2)}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-3} (16 - 10,5)}{9 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (9)$$

Отметим, что в данном случае на графике явно видно, что плавление льда началось «со второй точки», где график резко пошел вниз.

Таким образом, оказывается, что удельная теплота плавления льда в соленой воде значительно меньше, чем в пресной.

Часть 3. Сравнение процесса плавления в пресной и соленой воде.

3.1 Основными причинами возникновения погрешностей измерения удельной теплоты плавления являются:

- неточность определения массы льда;
- сложность определения начала и окончания плавления (следовательно, и изменения температуры воды).

Остальные причины (погрешности измерения температур и времени, большой шаг времени и т.д.) вносят несущественные поправки.

3.2 Скорость плавления льда зависит от многих факторов, главными из которых являются:

- разность температур воды и льда;
- размер кусочка льда (главным образом, площадь его поверхности);
- вязкости жидкости (от нее зависит эффективность перемешивания).

Экспериментальные данные не позволяют утверждать, что в соленой воде лед плавиться быстрее – времена плавления оказываются примерно одинаковыми.

3.3 Поэтому основным фактором влияния на процесс плавления является уменьшение удельной теплоты плавления.

Часть 4. Очень быстрое плавление.

4.1 В указанных условиях температура смеси достигает отрицательных значений (в наших измерения до -2°C).

4.2 Причинами такого сильного остывания являются:

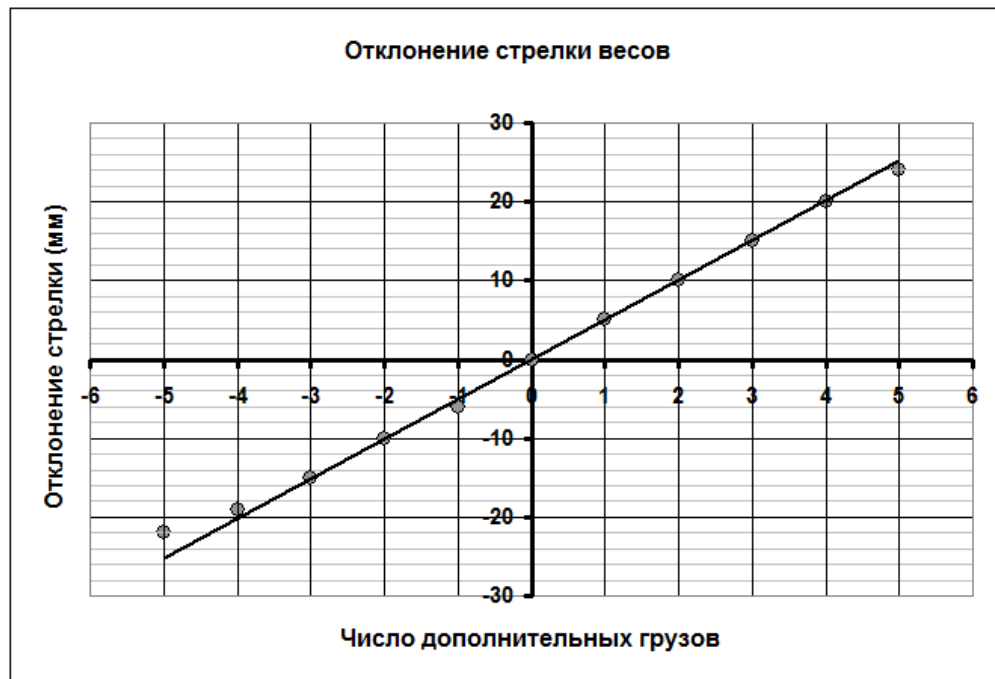
- очень быстрое плавление из-за сильного перемешивания;
- малое количество теплоты, поступающего из воздуха из-за малости времени плавления;
- малое количество налитой воды, в которой происходит плавление;
- уменьшение температуры плавления при увеличении солёности воды.

Задание 10-1. «Изучение весов»**Часть 1. Характеристики весов.**

1.1 Результаты измерений зависимости отклонения стрелки x от числа дополнительных грузов n приведены в Таблице 1. Рядом показан график полученной зависимости.

Таблица 1.

n	x , мм
-5	-22
-4	-19
-3	-15
-2	-10
-1	-6
0	0
1	5
2	10
3	15
4	20
5	24



1.2 Рассмотрим условие равновесия весов. Учтем, что из-за наличия стрелки, центр масс коромысла со стрелкой находится ниже точки подвеса.

Тогда в соответствии с правилом рычага имеем

$$Ml_c \sin \varphi = \Delta m l_0 \cos \varphi. \quad (1)$$

Где M - масса коромысла, l_c - расстояние от точки подвеса до центра масс коромысла со стрелкой, l_0 - длина плеча весов.

Из этого условия определяем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l_0}{Ml_c} \Delta m. \quad (2)$$

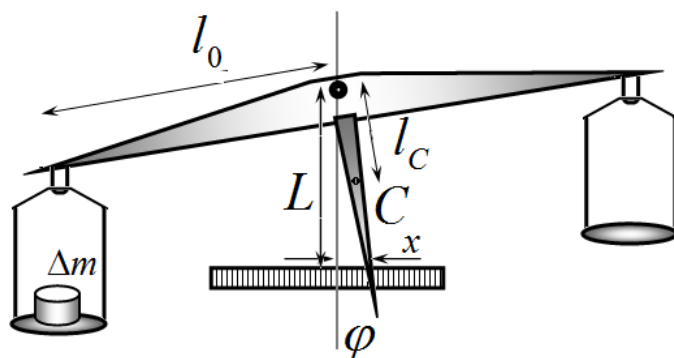
Таким образом, угол отклонения весов определяется следующим параметром $\kappa = \frac{l_0}{Ml_c}$.

Главная причина установления равновесия – положение центра масс, который не находится на одной высоте с точкой подвеса.

Отметим, что в рамках данной модели отклонение стрелки весов должно быть строго пропорционально массе дополнительного груза, так как

$$x = L \operatorname{tg} \varphi \quad (3)$$

Где L - расстояние от оси подвеса до шкалы.



1.3 По приведенному графику определяется коэффициент наклона

$$K = \frac{\Delta x}{\Delta n} = 5,0 \frac{\text{мм}}{\text{штук}}. \quad (4)$$

Чувствительность весов рассчитывается по формуле

$$S = \frac{\Delta x}{\Delta m} = \frac{\Delta x}{m_0 \Delta n} = \frac{K}{m_0} = 25 \frac{\text{мм}}{\text{г}}. \quad (5)$$

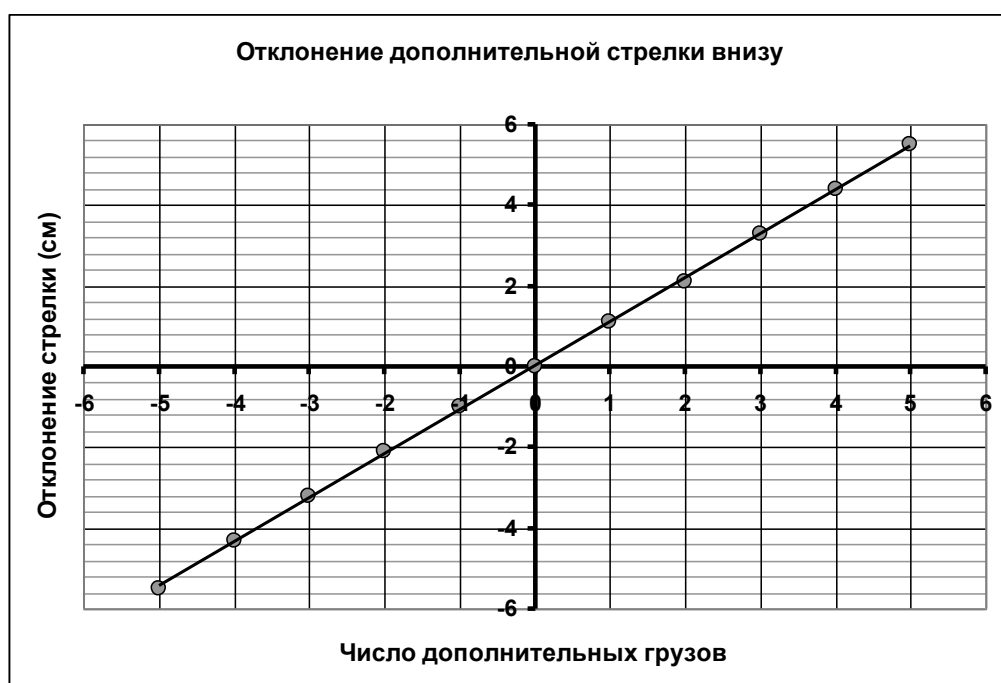
1.4 На экспериментальном графике наблюдаются заметные отклонения от линейной зависимости. Связано это с тем, что точки повеса чашек весов находятся ниже горизонтали, на которой расположена ось вращения. Это приводит к тому, что плечи сил тяжести чашек изменяются при наклоне весов: для поднимающейся чашки - увеличивается, для опускающейся - уменьшается. В этом случае в уравнение (1) следует включать и массы чашек с уравновешивающими грузами.

Часть 2. Дополнительная стрелка снизу.

2.1 Результаты измерений зависимости отклонения «длинной» стрелки от массы дополнительных грузов приведены в Таблице 2, рядом показан график полученной зависимости.

Таблица 2.

n	$x, \text{ см}$
-5	-5,5
-4	-4,3
-3	-3,2
-2	-2,1
-1	-1,0
0	0
1	1,1
2	2,1
3	3,3
4	4,4
5	5,5



2.2 Данная зависимость является практически прямо пропорциональной.

Ее коэффициент наклона равен $K = \frac{\Delta x}{\Delta n} = 1,1 \frac{\text{см}}{\text{штук}}$, чувствительность весов

$$S = \frac{K}{m_0} = 55 \frac{\text{мм}}{\text{г}}, \quad (6)$$

Что в 2 раза выше, чем без дополнительной стрелки.

2.3 Наличие палочки приводит к тому, что масса коромысла со стрелкой увеличивается, также увеличивается расстояние от оси вращения до центра масс. Эти факторы приводят к

уменьшению чувствительности (см. (2)). Заметим, что угол отклонения в данном случае оказывается меньше, при той же перегрузке.

С другой стороны, существенно возрастает расстояние до шкалы, поэтому увеличивается величина отклонения x . Так как палочка легкая, но длинная второй фактор (увеличения чувствительности) преобладает.

Часть 3. Дополнительная горизонтальная стрелка.

3.1 Результаты измерений зависимости отклонения «длинной» стрелки от массы дополнительных грузов приведены в Таблице 3, рядом показан график полученной зависимости.

Таблица 3.

n	$x, \text{ см}$
-5	-12,1
-4	-10,8
-3	-7,8
-2	-5,2
-1	-2,5
0	0
1	2,7
2	5,6
3	8,6
4	11,2
5	13,2



Полученная зависимость близка к линейной, но при больших углах наблюдаются отклонения от линейной зависимости.

3.2 Коэффициент наклона и чувствительность весов в этом случае равны

$$K = \frac{\Delta x}{\Delta n} = 2,7 \frac{\text{см}}{\text{штук}}; \quad S = \frac{K}{m_0} = 135 \frac{\text{мм}}{\text{г}}. \quad (7)$$

3.3 Результаты измерений отклонения стрелки от числа бумажек, помещенных на чашку весов, приведены в таблице 4.

Таблица 4.

n	$x, \text{ см}$
1	0,6
2	0,9
3	1,2
4	1,5
5	1,8

Видно, что каждая бумажка площади $s = 4,0 \text{ см}^2$ увеличивает отклонение стрелки на $\Delta x = 0,3 \text{ см}$. Следовательно, масса одной бумажки

$$m_1 = \frac{\Delta x}{S} = 22 \text{ мг} \quad (8)$$

Поэтому поверхностная плотность миллиметровой бумаги составляет

$$\rho = \frac{m_1}{s} = \frac{22 \cdot 10^{-3} \text{ г}}{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 55 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}. \quad (9)$$

Для оценки погрешности следует отметить. Что наибольшую погрешность вносит погрешность измерения отклонения стрелки, которая может быть оценена $\Delta x_{\text{пр.}} = 1,0 \text{ мм}$.

Относительная погрешность максимального отклонения (при 5 бумажках)

$$\varepsilon = \frac{1,0}{18} = 0,06. \quad (10)$$

При расчёте плотности использовались только постоянные множители, относительные погрешности которых меньше погрешности измерения отклонения. Поэтому относительная погрешность измерения плотности будет такой же. Следовательно, погрешность измерения плотности оценивается величиной

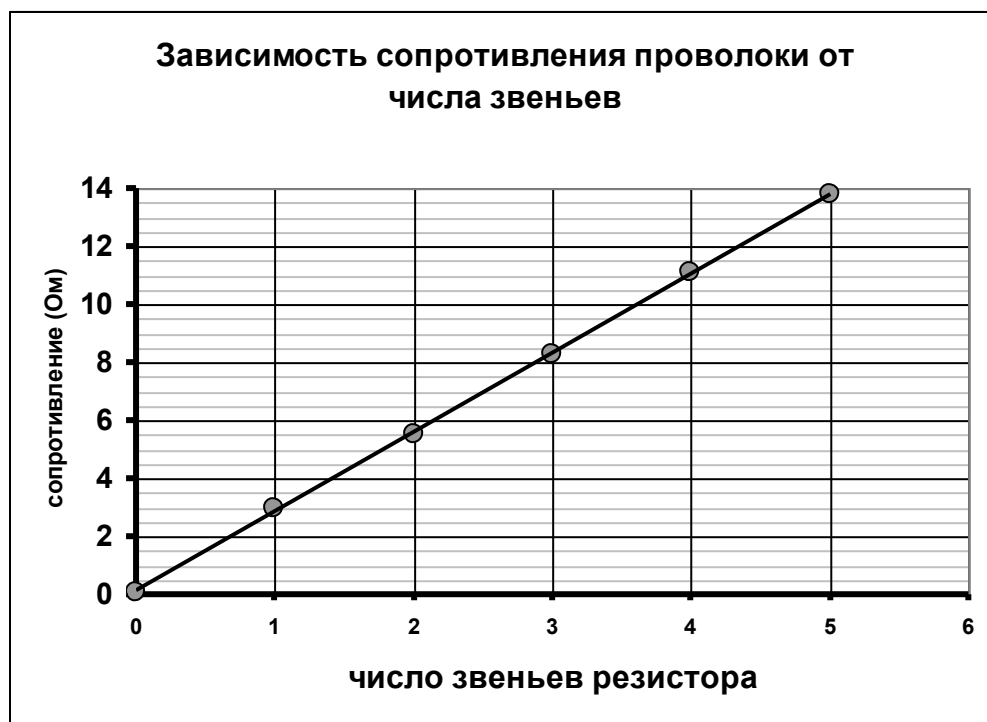
$$\Delta \rho \approx 3 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}. \quad (11)$$

Задача 10-2. «Балансировка электрического моста»

1.1 Результаты измерений зависимости сопротивления проволоки от числа подключенных звеньев приведены в Таблице 1 и показаны на графике

Таблица 1.

n	$R, \text{ Ом}$
1	3,0
2	5,5
3	8,3
4	11,1
5	13,8



1.2 Данная зависимость является линейной

$$R = R_0 n + r_0. \quad (1)$$

Параметры этой зависимости (рассчитанные по МНК) оказались равными

Среднее сопротивление одного звена: $R_0 = (2,72 \pm 0,06) \text{ Ом}$;

Паразитное сопротивление соединительных проводов $r_0 = 0,18 \text{ Ом}$

Средняя длина одного звена равна $l = 13 \text{ см}$, поэтому сопротивление единицы длины проволоки равно

$$\rho = 0,21 \frac{\text{Ом}}{\text{см}}. \quad (2)$$

С относительной погрешностью, равной относительной погрешности измерения сопротивления R_0 : $\varepsilon_\rho \approx 2\%$

1.3 Сопротивления резисторов $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$

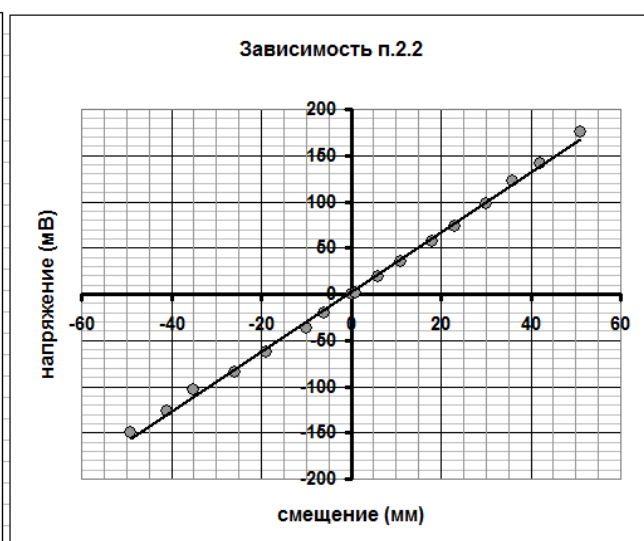
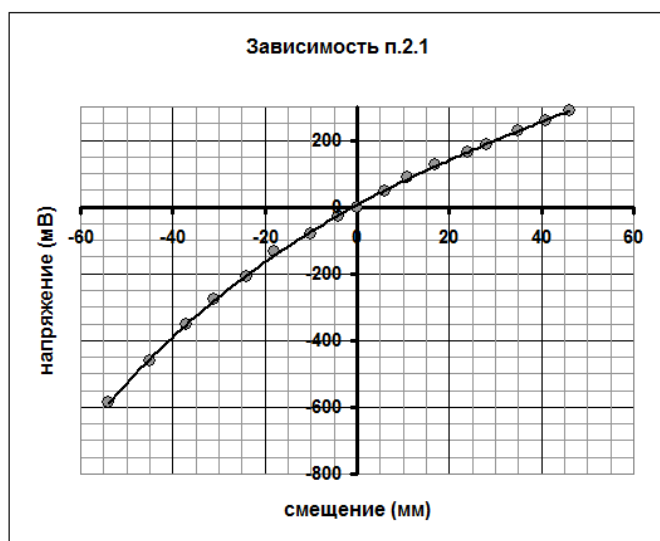
Часть 2. Балансировка моста.

2.1-2.4 Результаты измерений зависимости показаний вольтметра от сдвига точки контакта приведены в таблице 2 и на графиках.

Таблица 2.

П. 2.1		П 2.2	
$X, мм$	$U, мВ$	$X, мм$	$U, мВ$
-54	-587	-49	-150
-45	-460	-41	-127
-37	-352	-35	-104
-31	-276	-26	-85
-24	-209	-19	-62
-18	-135	-10	-37
-10	-79	-6	-20
-4	-29	0	0
0	0	1	2
6	47	6	19
11	88	11	35
17	127	18	57
24	163	23	74
28	188	30	98
35	230	36	122
41	260	42	141
46	287	51	175

Графики зависимостей напряжения от смещения точки контакта.



2.3 Теоретическая зависимость показаний вольтметра от сопротивлений цепи проводится стандартными методами.

Напряжение на вольтметре (током через вольтметр можно пренебречь) равно разности напряжений на резисторах R_2 (между точками AC и BC)

$$U = U_{AC} - U_{BC} \quad (1)$$

Эти напряжения выражаются через силы токов в верхней и нижней ветвях моста:

$$I_1 = \frac{U_0}{R_1 + \Delta R + R_2} \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

Таким образом, значения напряжения на вольтметре задается формулой

$$U = I_1 R_2 - I_2 R_2 = U_0 R_2 \left(\frac{1}{R_1 + \Delta R + R_2} - \frac{1}{R_1 + R_2} \right) = -U_0 R_2 \frac{\Delta R}{(R_1 + R_2)(R_1 + \Delta R + R_2)} \quad (3)$$

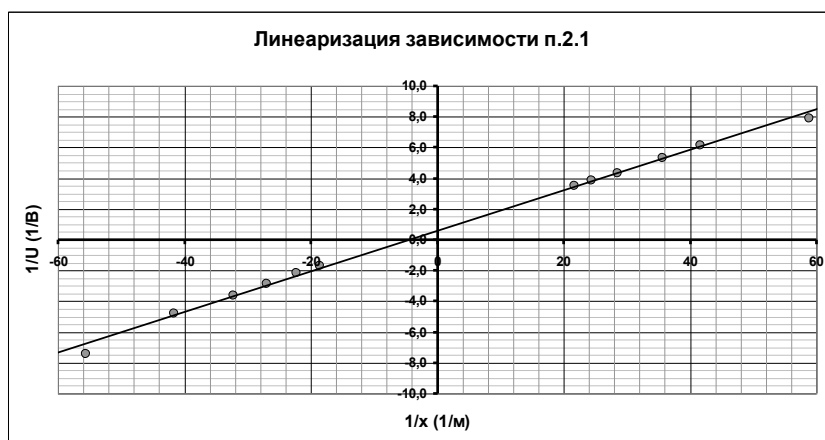
Знак в данном случае не существен, так как вольтметр измеряет напряжение независимо от знака подключения.

Для проверки применимости этой формулы к описанию экспериментальных данных заметим, что зависимость напряжения от величины смещения может быть линеаризована, если перейти к обратным единицам:

$$\frac{1}{U} = -\frac{(R_1 + R_2) R_1 + \Delta R + R_2}{U_0 R_2 \Delta R} = -\frac{(R_1 + R_2)}{U_0 R_2} \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{\Delta R} \right) = B \left(1 + \frac{b}{x} \right) \quad (4)$$

Здесь учтено, что дополнительное сопротивление ΔR пропорционально смещению x . Как следует из этой формулы величина обратная напряжению $\frac{1}{U}$ линейно зависит от $\frac{1}{x}$. Для проверки применимости формулы построим линеаризованный график по данным п.2.1.

При построении опущены центральные точки, в которых значения обратных величин очень велики, кроме того, для них анализируемая зависимость практически линейна. График показывает, что построенная теоретическая модель корректно описывает экспериментальные данные.



Зависимость, полученная при выполнении пункта 2.2 практически линейна. Что легко объяснить с помощью формулы (3). В этом случае изменение сопротивления мало, по

сравнению с сопротивлениями резисторов моста, поэтому величиной ΔR в знаменателе можно пренебречь. Тогда:

$$U = -U_0 R_2 \frac{\Delta R}{(R_1 + R_2)(R_1 + \Delta R + R_2)} \approx -\frac{U_0 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R = Ax. \quad (5)$$

То есть в данном случае измеряемое напряжение пропорционально сдвигу точки контакта, что и выполняется в этом эксперименте.

Коэффициент наклона данного зависимости равен

$$k = \frac{\Delta U}{\Delta x} = (3,23 \pm 0,02) \frac{мВ}{мм} \quad (6)$$

Относительная погрешность определения этого коэффициента равна $\varepsilon_k = 0,6\%$

Часть 3. Измерение малых сопротивлений.

3.1 Так как сопротивление провода мало, то сбалансировать мост при дополнительном подключении соединительного провода затруднительно. Поэтому предпочтительней является следующая методика измерений: добиваемся балансировки моста, после чего к резистору R_1 подключаем последовательно соединительный провод, сопротивление которого измеряем. При этом мост разбалансируется, напряжение на вольтметре становится равным

$$U_1 = 80 мВ.$$

С помощью найденного коэффициента наклона, находим, что сопротивление провода равно сопротивлению проволоки реостата длиной $x = \frac{\Delta U}{k} = \frac{80}{3,2} = 25 мм$. Теперь учтем, что

сопротивление единицы длины проволоки равно $\rho = 0,21 \frac{Ом}{см}$, поэтому сопротивление соединительного провода равно

$$R_{СП} = \rho \cdot x = 0,21 \cdot 2,5 \approx 0,52 Ом.$$

Погрешность определения этого сопротивления определяется погрешностями измерения сопротивления проволоки $\varepsilon_\rho = 2\%$ и коэффициента наклона $\varepsilon_k = 0,6\%$, то есть составляет примерно 3%.

3.2 Для измерения сопротивления куска графитового стержня карандаша можно добиться повторной балансировки моста, т.е. сбалансировать мост, последовательно подключить графитовый стержень, измерить, при каком сдвиге достигается повторная балансировка. Измерения показали, что сдвиг при повторной балансировке равен 10,5 см. Это означает, что сопротивление стержня равно сопротивлению проволоки такой длины, т.е. $R_{сп} = 10,5 \cdot 0,21 = 2,2 Ом$.

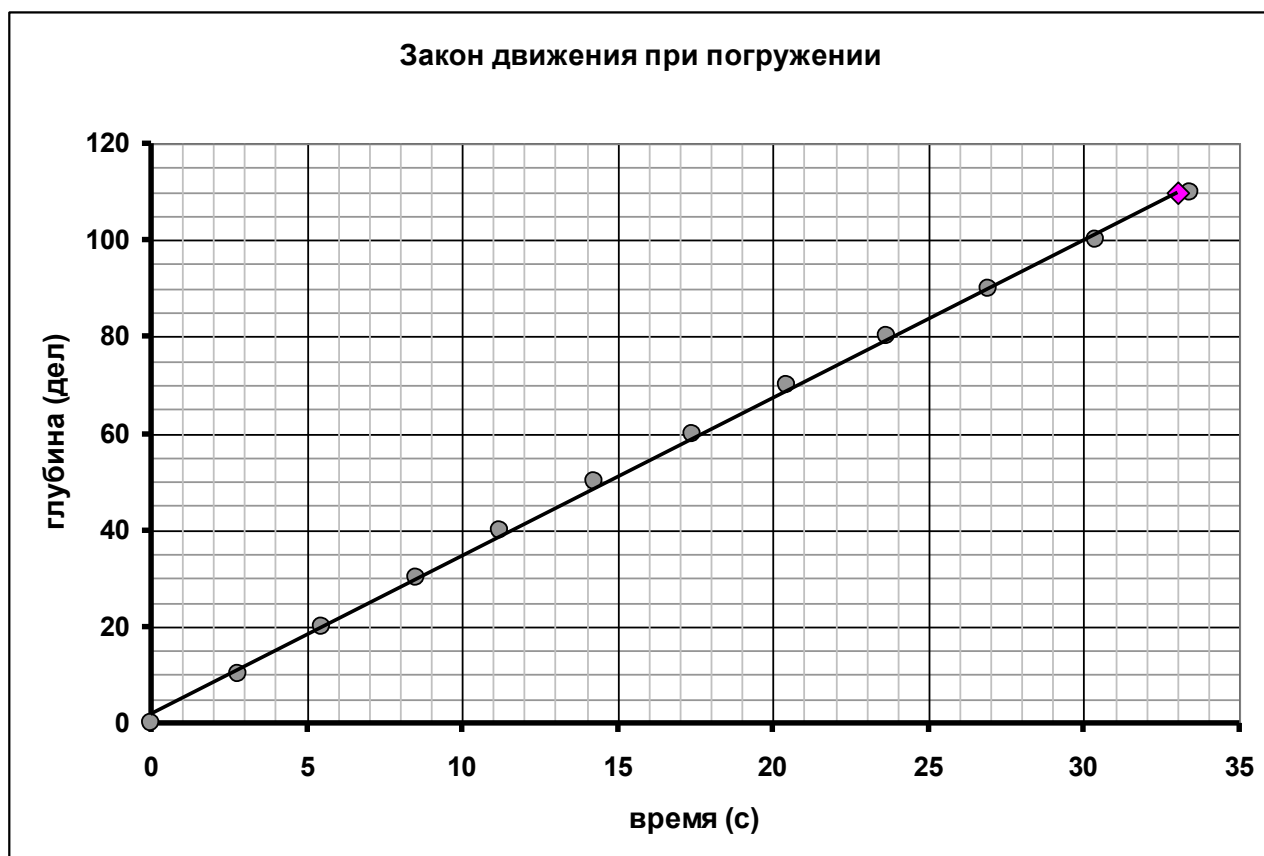
Задача 11-1. «Неньютоновская жидкость»**Часть 1. Закон движения при погружении.**

1.1 В таблице 1 приведены результаты измерений времен t погружения шарика диаметром $D = 15\text{ мм}$ на глубину h . Приведены результаты трех измерений закона движения, проведено усреднение времен $\langle t \rangle$.

Таблица 1.

h , дел.	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	$\langle t \rangle$, с	V , $\frac{\text{дел}}{\text{с}}$
0	0	0,00	0,00	0,00	
10	3,03	2,68	2,75	2,82	3,63
20	5,53	5,63	5,36	5,51	3,51
30	8,21	9,04	8,31	8,52	3,50
40	10,45	12,12	11,09	11,22	3,47
50	13,2	15,39	14,24	14,28	3,24
60	15,95	19,08	17,17	17,40	3,24
70	18,87	21,88	20,58	20,44	3,18
80	21,83	25,12	24,10	23,68	3,07
90	24,45	28,48	27,96	26,96	2,99
100	27,6	31,70	31,85	30,38	3,11
110	30,61	33,63	35,95	33,40	

1.2 График полученной зависимости глубины от времени показан на рисунке.



1.3 Средняя скорость рассчитывается как отношение всего пройденного пути ко времени:

$$\langle V \rangle = \frac{S}{t} = \frac{110}{33,40} \approx 3,29 \frac{\text{дел}}{\text{с}}. \quad (1)$$

Погрешность определения скорости определяется погрешностью измерения времени, которая может быть оценена различными способами. например, как среднеквадратичная

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\sum_k (t_k - \langle t \rangle)^2}{3}} \approx 2 \text{ с}. \quad (2)$$

Тогда погрешность определения скорости равна

$$\Delta V = \langle V \rangle \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \approx 0,2 \frac{\text{дел}}{\text{с}}. \quad (3)$$

Окончательный результат расчета средней скорости

$$\langle V \rangle = (3,3 \pm 0,2) \frac{\text{дел}}{\text{с}}. \quad (4)$$

1.4 В данном эксперименте основную погрешность приносят измерения времени, поэтому при использовании МНК следует искать параметры зависимости

$$t = ah + b. \quad (5)$$

Расчеты по МНК дают следующие значения параметров:

$$a = (0,3050 \pm 0,006) \frac{\text{с}}{\text{дел}}. \quad (6)$$

$$b = (-0,6 \pm 0,4) \text{ с}$$

Скорость в равномерном приближении принимает значение

$$\begin{cases} V = \frac{1}{a} = 3,279 \\ dV = V \frac{\Delta a}{a} = 0,067 \end{cases} \Rightarrow V = (3,28 \pm 0,07) \frac{\text{дел}}{\text{с}} \quad (7)$$

Для построения этой прямой можно взять две крайние точки, для которых времена рассчитываются по формуле (5) с найденными коэффициентами:

$$\begin{cases} h_1 = 0,0 \text{ дел} \\ t_1 = -0,6 \text{ с} \end{cases} \quad \begin{cases} h_2 = 110 \text{ дел} \\ t_2 = 33 \text{ с} \end{cases}$$

Прямая изображена на графике.

1.5 Расчет скоростей может быть проведен по данным Таблицы 1. Скорость в момент времени t_k рассчитывается по симметричной формуле

$$V_k = \frac{h_{k+1} - h_{k-1}}{t_{k+1} - t_{k-1}}. \quad (8)$$

Результаты таких расчетов приведены в последнем столбце Таблицы 1. График зависимости скорости от времени показан на рисунке.



Конечно, отклонение точек от прямой достаточно существенно (что связано с большой погрешностью расчета скорости на каждом интервале). Но четко наблюдается тенденция к уменьшению скорости по мере погружения.

1.6 Возможными причинами наблюдаемой тенденции являются:

- налипание мелких пузырьков воздуха на шарик;
- приближение шарика к стенке сосуда (если она не вертикальна).

Часть 2. Подъем шарика.

Измерения проведены при глубине погружения 110 дел.

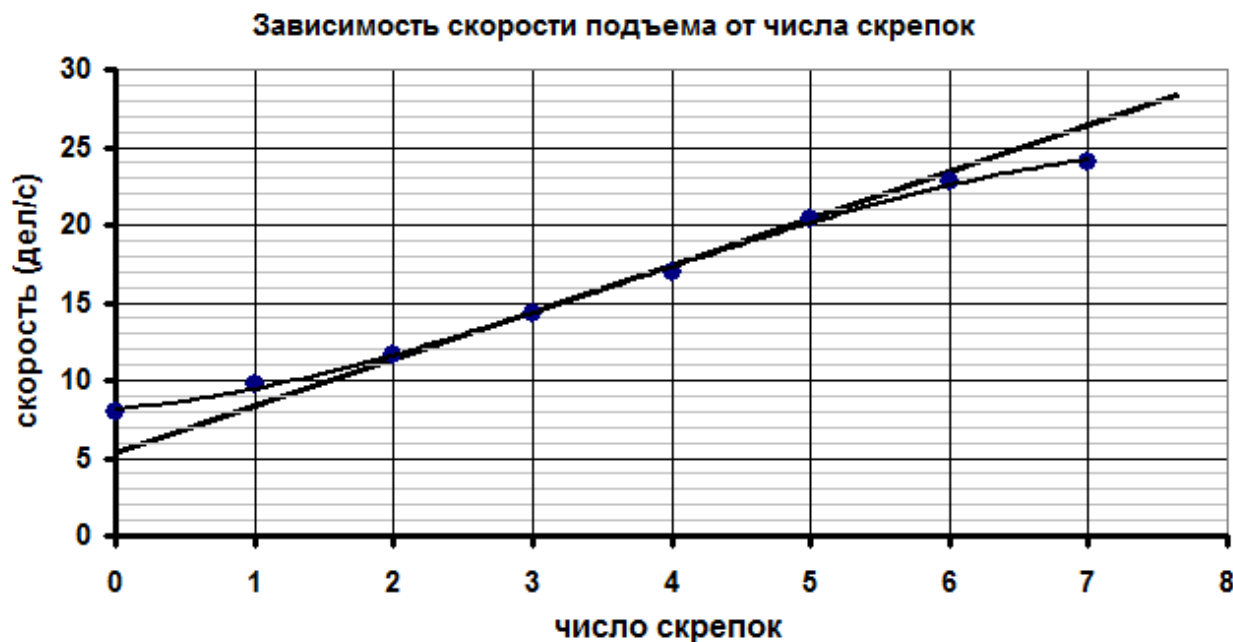
2.1 Таблица 2 результатов измерений времен погружения при разном числе скрепок приведена ниже. Последний столбец – средние скорости движения, рассчитанные по понятной формуле

$$V = \frac{h}{\langle t \rangle}.$$

Таблица 2.

n	t_1, c	t_2, c	t_2, c	$\langle t \rangle, c$	$V, \frac{дел}{c}$
0	13,23	13,92	14,07	13,74	8,01
1	11,47	11,1	11,22	11,26	9,77
2	9,25	9,59	9,48	9,44	11,65
3	7,79	7,59	7,74	7,71	14,27
4	6,88	6,37	6,15	6,47	17,01
5	5,53	5,47	5,23	5,41	20,33
6	4,76	4,73	5,01	4,83	22,76
7	4,55	4,51	4,65	4,57	24,07

График зависимости скорости подъема шарика от числа добавленных скрепок показан на рисунке. На нем же показана прямая, проходящая через средние точки зависимости.



2.2 Хорошо видно, что экспериментальные данные систематически отклоняются от проведенной прямой, поэтому эти отклонению не могут быть объяснены погрешностями измерений.

2.3 Возможными причинами наблюдаемых нелинейностей являются свойства самой жидкости:

- неизвестная зависимость силы сопротивления от скорости;
- наличие присоединенной массы (слоя жидкости, увлекаемого в движение шариком).

Задание 11-2. Измерения без приборов.

Часть 1. Зависимость периода колебаний от длины маятника (метод совпадений).

Решение задачи основано на наблюдении совпадений. Число колебаний до совпадения определяется из простого уравнения $NT_0 = (N + 1)(T_0 - \Delta T)$. откуда следует основная расчетная формула

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{N + 1}. \quad (1)$$

Теоретическая модель проста и строится на основе формулы для периода колебаний математического маятника.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}, \quad T_0 - \Delta T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0 - \Delta l}{g}}. \quad (2)$$

В этих формулах можно положить $l_0 = n_0 s$, где $n_0 = 32$ - длина маятника неизменной длины в единицах s ; $\Delta l = ns$, где n - число оборотов, сделанных при укорочении длины нити.

Тогда

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{n}{n_0}} \quad (3)$$

Из формул (2)-(3) получаем

$$N = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{n}{n_0}}} - 1. \quad (4)$$

Если считать, что $n \ll n_0$, то из формулы (3) следует простое приближенное выражение

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{n}{n_0}} \approx \frac{n}{2n_0}. \quad (5)$$

Тогда число колебаний до совпадения рассчитывается по формуле:

$$N = \frac{2n_0}{n} - 1. \quad (6)$$

В таблице 1 приведены значения числа колебаний до совпадений:

N_1 - рассчитанные по формуле (6);

N_2 - рассчитанные по точной формуле (4);

$N_{\text{экс}}$ - экспериментальные значения (рассчитанные, как средние по 5 измерениям)

Таблица 1.

n	N1	N2	Nэкс
1	63	62	63
2	31	30	31
3	20	20	19
4	15	14	15
5	12	11	12
6	10	9	

Эксперимент показывает хорошее совпадение с результатами теоретических расчетов.

Расчет показывает, что при допустимой погрешности $\Delta N = \pm 1$, приближенная формула применима даже при $n = 10$.

Так как относительное изменение периода определяется формулой (1), то погрешность измерения относительного изменения периода оказывается равной (если положить, что погрешность подсчета числа колебаний равна $\Delta N = 1$)

$$\delta\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right) = \frac{\Delta N}{(N+1)^2} \approx \frac{1}{(N+1)^2}. \quad (7)$$

Что при больших N является малой величиной.

Часть 2 Биения.

В этой части задачи анализ строится на известном результате о периоде биений, который подчиняется формуле

$$\frac{1}{T_B} = \frac{1}{T_0 - \Delta T} - \frac{1}{T_0}. \quad (1)$$

Эта формула следует из тригонометрических формул для суммы синусов (или косинусов). Фактически она выражает тот факт, что частота биений равна разности частот колебаний слагаемых.

Из формулы (2) следует, что

$$N = \frac{T_B}{T_0} = \frac{T_0}{\Delta T} - 1 \quad (2)$$

Здесь N - период биений, измеренный в периодах колебаний маятника постоянной длины. А эта формула полностью совпадает с формулой (1). Поэтому все результаты (при указанных значениях параметров маятников), оказываются теми же самыми!

В таблице (2) повторены расчетные значения теоретические значения и результаты измерений (усредненные)

Таблица 1.

Δl (см)	N1	N2	Nэксп
1	63	62	64
2	31	30	32
3	20	20	22
4	15	14	14
5	12	11	10
6	10	9	

В этой части также наблюдается хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными результатами.