Республиканская физическая олимпиада 2022 года
(Заключительный этап)

Теоретический тур

<u>9 класс.</u>

1. Полный комплект состоит из трех заданий.

2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

3. Подписывать рабочие листы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!
Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач (3 стр.).

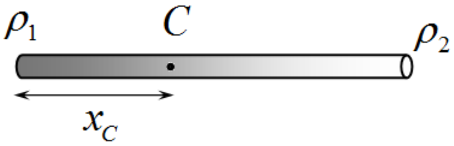
Задание 1. Неоднородная разминка.

Задание состоит из 3 не связанных между собой задач.

Развитие технологий (в том числе нанотехнологий) привело к созданию материалов с необычными свойствами, часто их называют метаматериалы. Описанию некоторых таких материалов и посвящено данное задание.

Задача 1.1

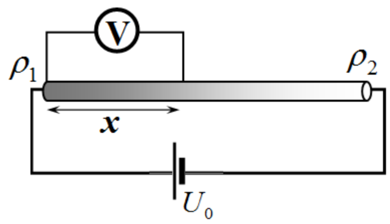
Тонкий стержень длины l изготовлен из материала, плотность которого изменяется по линейному закону от значения ρ_1 на одном конце до ρ_2 на другом.



1.1 Определите координату центра масс такого стержня.

Задача 1.2

Тонкий проводящий стержень длины l изготовлен из материала, удельное сопротивление которого изменяется по линейному закону от значения $\rho_1 = 0$ на одном конце до $\rho_2 = \rho_0$ на другом. Стержень подключен к источнику постоянного напряжения U_0. Одна клемма вольтметра подключена к концу стержня, вторая к точке на стержне, находящейся на расстоянии x.



1.2 Найдите зависимость показаний вольтметра от координаты точки подключения второй клеммы вольтметра $U(x)$.

Задача 1.3

Два одинаковых бруска изготовлены из материала, удельная теплоемкость которого линейно зависит от температуры. При температуре $t_1 = 10{,}0°C$ удельная теплоемкость равна c_0, а при температуре $t_2 = 20{,}0°C$ она становится равной $2c_0$. Первый брусок находится при температуре t_1, а второй при температуре t_2. Бруски приводят в тепловой контакт.

1.3 Пренебрегая потерями теплоты в окружающую среду, рассчитайте температуру брусков после установления теплового равновесия между ними.

Задание 2. Земная невесомость.

Для создания «кратковременной невесомости» в земных условиях (например, для тренировки космонавтов) можно использовать богатые возможности современной науки и техники: от лифта до самолёта (Рис. 1). Рассмотрим некоторые из них.

Силой сопротивлением воздуха в первой части данной задачи можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81\frac{м}{с^2}$.

Часть 1. «Идеальная» невесомость.

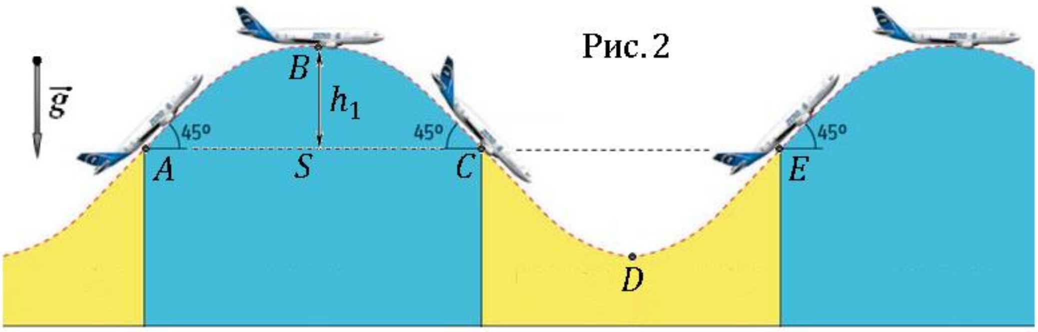
В этой части задачи будем считать, что сила сопротивления воздуха мала, и ей можно пренебречь.

Рассмотрим лифт, который может двигаться с любым ускорением a_1 по вертикальной шахте (как вверх, так и вниз!).

1.1 В каком направлении, и с каким ускорением a_1 необходимо двигать лифт, чтобы его пассажиры испытали кратковременную невесомость?

Для создания «кратковременной невесомости» при тренировках космонавтов в земных условиях используются полёты авиации по некоторой траектории с «приглушенными» двигателями.

1.2 Покажите, что эта траектория является параболой.



Пусть самолёт, находясь в точке A, и имея скорость $v_0 = 650\frac{км}{ч}$, направленную под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, «выключает» двигатели и переходит на параболическую траекторию ABC (см. Рис. 2).

1.3 Найдите промежуток времени $t_н$, в течение которого пассажиры (и экипаж!) будут испытывать невесомость.

1.4 Определите скорость v_1 самолёта в верхней точке B траектории (см. Рис. 2).

1.5 Вычислите максимальную высоту h_1 и дальность полёта $S = |AC|$ самолёта по горизонтали (см. Рис. 2).
1.6 В точке C траектории пилоты переводят машину на «симметричную» параболу CDE (см. Рис. 2), ветви которой направлены вверх. Чему равна перегрузка $\eta = \frac{a_2}{g}$ пассажиров в нижней точке D траектории, где a_2 – модуль ускорения самолёта в точке D?

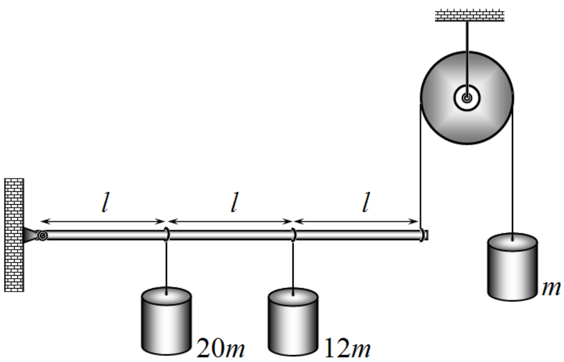
Часть 2. «Реальная» невесомость.

В этой части задачи будем учитывать силу сопротивления воздуха F_c и будем считать, что она пропорциональна квадрату скорости самолёта: $F_C = -\beta v^2$, где β – некоторый постоянный коэффициент. Пилоты по-прежнему стараются реализовать состояние невесомости на борту самолета.

2.1 Найдите зависимость мощности двигателя $P_0(t)$ от времени на участке ABC траектории.
2.2 При движении вблизи точки C пересечения верхней и нижней парабол (т.е. практически «по прямой») пассажиры испытывают резкий толчок.
С чем, по вашему мнению, связано данное явление?

Задание 3. Три груза

Один конец жёсткого невесомого стержня шарнирно закреплён, к другому концу на перекинутой через невесомый блок нити подвешен груз массой m. Ещё два груза массами $20m$ и $12m$ подвешены на нитях к стержню в точках, делящих его на три равные части (см. рис.). Все нити невесомы и нерастяжимы. Стержень удерживают неподвижно в горизонтальном положении, а затем отпускают. Ускорение свободного падения равно g.



1. Найдите ускорения всех трех грузов сразу после отпускания стержня.

Республиканская физическая олимпиада 2022 года
(Заключительный этап)

Теоретический тур

10 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.

2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

3. Подписывать рабочие листы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!
Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач (4 стр.).

Задание 1. Архимедова разминка.

Данная задача состоит из двух не связанных между собой задач.

Задача 1.1 Шар на дне сосуда.

На дне сосуда, заполненного водой, покоится шар радиуса R. Высота уровня воды в сосуде равна h, причем $h = 4R$. Плотность воды ρ, ускорение свободного падения g.

1.1.1 Найдите силу давления воды, действующую на верхнюю половину поверхности шара.

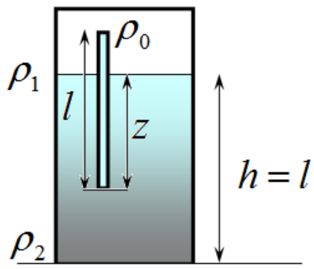
<u>Подсказка.</u>

Объем шара равен $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. *Площадь поверхности шара равна* $S = 4\pi R^2$.

Задача 1.2 Однородный стержень в неоднородной жидкости.

В данной задаче рассматриваются условия плавания стержня в жидкости, плотность которой изменяется с глубиной.

Тонкий однородный стержень длины l, изготовленный из материала плотности ρ_0, погружен в сосуд, заполненный жидкостью. Высота уровня жидкости в сосуде равна длине стержня $h = l$. Плотность жидкости у поверхности равна ρ_1, далее она возрастает по линейному закону с увеличением глубины z и достигает значения ρ_2 у дна сосуда.

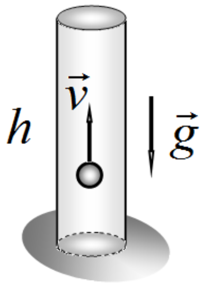


1.2.1 Установите, каком соотношении между заданными плотностями ρ_0, ρ_1, ρ_2 стрежень может плавать в вертикальном положении. 1.2.2 Найдите глубину погружения нижнего конца стержня z при его вертикальном положении, в зависимости от заданных значений плотностей ρ_0, ρ_1, ρ_2. 1.2.3 Установите, при каком соотношении между заданными плотностями ρ_0, ρ_1, ρ_2 стрежень может плавать в вертикальном положении, находясь в положении устойчивого равновесия при глубине погружения $z \approx l$. Считайте, что при этом стержень дна не касается. Можно ли реализовать такую ситуацию на практике?

Задание 2. Знаете ли Вы МКТ?

В данном задании вам необходимо решить несколько взаимосвязанных задач, чтобы продемонстрировать свое понимание основ молекулярно-кинетической теории и умение использовать математический аппарат этой теории.

Часть 1. Всего один шарик.

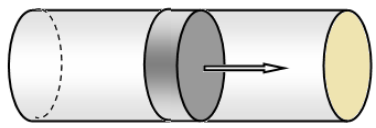


В вертикальном закрытом сосуде высотой h, находится небольшой шарик массы m, движущийся вертикально. Сопротивлением воздуха следует пренебречь, а его удары о дно и крышку сосуда считать абсолютно упругими, ускорение свободного падения равно g. Когда шарик находится у дна сосуда, его скорость равна v_0. Можно считать, что удары шарика происходят достаточно часто, поэтому следует рассчитывать средние силы давления шарика за промежуток времени, значительно превышающий время между ударами.

1.1 Найдите среднюю силу давления шарика на дно сосуда, если $v_0^2 < 2gh$.

1.2 Пусть скорость шарика у дна сосуда $v_0 > \sqrt{2gh}$. Рассчитайте средние силы давления шарика на дно и крышку сосуда, а также разность этих сил.

Часть 2. Очень много молекул.



В закрытом с обеих сторон цилиндрическом сосуде находится легкий подвижный тонкий поршень, который делит сосуд на две равные части. Площадь поршня (она же площадь поперечного сечения сосуда) равна S. По обе стороны от поршня находится по одному молю одноатомного идеального газа, молярная масса которого равна M. Температура газа с обеих сторон поршня одинакова и равна T_0, давление газа P_0. Поршень начинается двигаться вдоль сосуда с постоянной скоростью u, которая значительно меньше средней скорости теплового движения молекул газа. Действие силы тяжести не учитывать. Удары молекул о поршень можно считать абсолютно упругими.

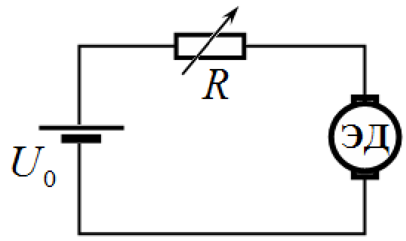
2.1 Чему равны среднеквадратичная скорость молекул газа $\langle v_{кв.} \rangle$ и среднеквадратичная проекция скорости газа на произвольное направление (например, на ось x) $\langle v_{кв.x} \rangle$

2.2 Оцените силу сопротивления, действующую на поршень со стороны газа в начальный момент его движения. Считайте, что пластина уже имеет скорость u, но ее смещением можно пренебречь.

2.3 Оцените изменение температур газа с обеих сторон от поршня, при смещении поршня на малую величину Δx.

<u>Указание.</u> При строгом решении данной задачи следует использовать различные средние значения. При проведении оценок везде используйте среднеквадратичные скорости и их проекции.

Задание 3. Электромобиль.



Игрушечный электромобиль снабжен электродвигателем ЭД, подключенным к источнику постоянного напряжения U_0. Для регулировки скорости электромобиля используется переменный резистор R, электрическое сопротивление которого изменяется от нуля до некоторого максимального значения $R_{\max}$. Электрическая схема электромобиля показана на рисунке. Сопротивлением проводов, обмотки двигателя и внутренним сопротивлением источника можно пренебречь.

При испытании игрушки оказалось, что

1) сила тяги F, развиваемая электродвигателем (переданная на его ведущие колеса) пропорциональная силе тока I, протекающего через обмотку двигателя

$$F = kI\ , \tag{1}$$

2) сила сопротивления воздуха F_c, действующая на автомобиль, пропорциональна квадрату скорости автомобиля v

$$F_c = \beta v^2 . \tag{2}$$

В формулах (1) – (2) k и β - некоторые постоянные размерные коэффициенты.

При испытания электромобиля оказалось, что максимальная скорость, которую может достичь автомобиль, движущийся по твердой горизонтальной поверхности (когда можно пренебречь силой трения качения), равна $v_{\max}$, при этом сила тока в цепи равна I_0. При застопоренном двигателе минимальная сила тока в цепи равна I_1, причем $\frac{I_1}{I_0} = \gamma$. При численных расчетах считайте, что $\gamma = 2{,}0$.

При решении задачи учитывайте, что единственным известным параметром является величина γ, поэтому все окончательные формулы должны содержать только этот параметр!

Часть 1. Движение по твердой горизонтальной поверхности.

В данной части считайте, что на движущийся автомобиль действует только сила сопротивления воздуха (сила трения качения пренебрежимо мала). Вам требуется рассчитать характеристики электромобиля при его установившемся равномерном движении по твердой горизонтальной поверхности. Для теоретического описания движения электромобиля удобно использовать следующие относительные величины:

- отношение сопротивления переменного резистора к его максимальному сопротивлению:

$$x = \frac{R}{R_{\max}}\ ; \tag{3}$$

- отношение скорости электромобиля к его максимальной скорости:

$$y = \frac{v}{v_{\max}}\ ; \tag{4}$$

- отношение силы тока в цепи к силе тока при максимальной скорости:

$$z = \frac{I}{I_0}\ . \tag{5}$$

1.1 Получите систему уравнений, позволяющую найти зависимости относительной скорости и относительной силы тока от относительного сопротивления резистора - $y(x)$ и $z(x)$. В эту систему уравнений помимо указанных переменных может входить только единственный известный параметр γ.
1.2 Найдите зависимость относительной скорости электромобиля от относительного сопротивления резистора $y(x)$.
1.3 Найдите зависимость относительной силы тока в цепи от относительного сопротивлении резистора $z(x)$.
1.4 Найдите зависимость КПД электродвигателя η от его скорости $\eta(y)$.
1.5 Постройте точные графики полученных зависимостей $y(x)$, $z(x)$, $\eta(y)$.

Часть 2. Движение электромобиля по ковру.

В этой части рассматривается движение электромобиля по ковру, когда на электромобиль помимо описанной силы сопротивления воздуха действует постоянная, не зависящая от скорости, сила трения качения, равная

$$F_{тр.} = \varepsilon \beta v_{\max}^2, \quad (6)$$

где $v_{\max}$ - определенная ранее максимальная скорость при движении по твердой горизонтальной поверхности; $\varepsilon = 0{,}10$.

2.1 Рассчитайте, при каких значениях относительного сопротивления x переменного резистора электромобиль сможет двигаться по ковру.
2.2 Определите, как изменится максимальная скорость движения электромобиля вследствие появления силы трения качения.

<u>Подсказка.</u> *При работе электродвигателя в его обмотке возникает ЭДС самоиндукции!*

Республиканская физическая олимпиада 2022 года
(Заключительный этап)

Теоретический тур

<u>11 класс.</u>

1. Полный комплект состоит из трех заданий.

2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

3. Подписывать рабочие листы запрещается.

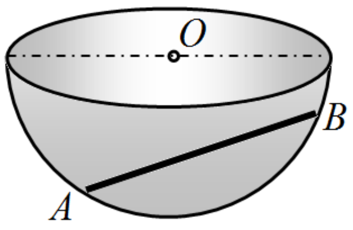
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

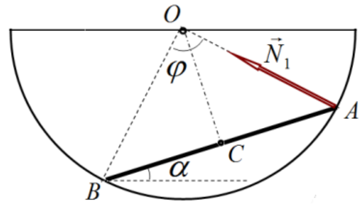
Постарайтесь внимательно прочитать условия задач! Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач (5 стр.).

Задача 1. Иголка в сферическом бокале.



В полусферическую чашу помещен однородный массивный жесткий стержень AB массы m, длина которого меньше диаметра чаши. На следующем рисунке показано вертикальное сечение, в плоскости которого постоянно находится стержень AB. Из центра чаши O стрежень AB виден под углом $\angle AOB = \varphi = \frac{\pi}{2}$. Положение стержня задается углом наклона стержня к горизонту α.



Обозначим: $\vec{N}_1$ - сила нормальной реакции, действующей на стрежень на конце A.

1. Определите, является ли горизонтальное положение стержня положением устойчивого равновесия при отсутствии трения между стержнем со стенками чаши.

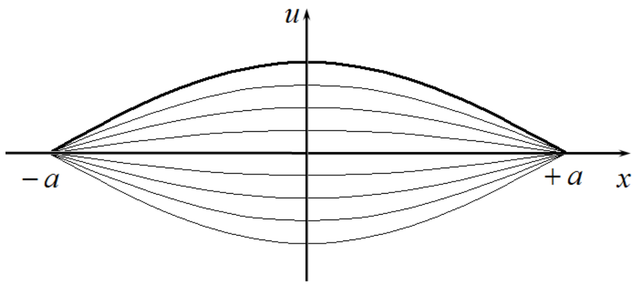
Далее считайте, что коэффициент трения между торцами стержня и стенками чаши равен $\mu = 0{,}25$.

2. Пусть стрежень находится в положении равновесия, располагаясь под углом α к горизонту. Определите, в каких пределах может изменяться значение модуля силы реакции $\vec{N}_1$. Постройте схематические графики зависимостей граничных значений модуля силы $\vec{N}_1$ от угла α. Укажите на этом графике область возможных значений модуля силы $\vec{N}_1$.

3. Рассчитайте численные значения углов α, при которых стержень может находиться в положении равновесия.

Задача 2. Гитарная струна.

В данной задаче рассматриваются малые поперечные колебания гитарной струны с закрепленными концами.



Основная мода (тип, форма) колебания этой струны показана на рисунке (жирная линия – форма струны в начальный момент времени, тонкие линии ее форма в другие последовательные моменты времени).

Для описания колебаний струны введем ось x, которая совпадает с положением струны в состоянии равновесия. Координаты точек крепления струны $\pm a$ (длина струны равна $2a$). Колебания струны описываются функцией $u(x,t)$ - зависимостью отклонения точки струны с координатой x от времени.

В состоянии равновесия струна натянута, сила натяжения равна T. При малых колебаниях струны изменением силы натяжения струны можно пренебречь.

Линейная плотность (масса единицы длины) струны равна ρ.

Часть 1. Бегущие и стоячие волны на струне.

В данной части рассмотрим бесконечную струну, сила натяжения которой равна T, а линейная плотность ρ. По струне пробегают гармонические волны с малой амплитудой U_0. Круговая частота этих волн ω, длина волны λ.

1.1 Запишите функции $u_1(x,t)$ и $u_2(x,t)$, описывающие волны, распространяющиеся в положительном и отрицательном направлении оси x, соответственно.
1.2 Покажите, что при наложении этих волн возникает стоячая волна. Получите функцию $u(x,t)$, описывающую эту стоячую волну.
1.3 Выразите скорость распространения бегущих волн через характеристики волны ω и λ.

Часть 2. Колебания закрепленной струны.

Рассмотрим колебания закрепленной струны, показные на рисунке. Обозначим круговую частоту изображенного типа колебаний ω, в этой части вам необходимо выразить эту частоту через характеристики струны: ее длину $2a$, силу натяжения T и линейную плотность ρ.

2.1 Запишите функцию $u(x,t)$, описывающую рассматриваемый тип колебаний струны.

Обозначим отклонение центральной точки струны от положения равновесия $u_0(t)$, а ее скорость $v_0(t)$.

2.2 Выразите кинетическую энергию $E(t)$ движения всей струны через скорость ее центра $v_0(t)$.

2.3 Выразите потенциальную энергию деформации струны $W(t)$ через координату центра струны $u_0(t)$.

2.4 Выразите круговую частоту рассматриваемых колебаний ω через параметры струны a, ρ, T.

2.5 Получите формулу для скорости распространения бегущих волн по бесконечной струне.

Математические подсказки.

1. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$.

2. $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$.

3. $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$.

4. Длина изогнутой струны, показанной на рисунке, описывается приближенной формулой

$$l = 2a\left(1+\frac{1}{4}\left(\frac{\pi u_0}{2a}\right)^2\right),$$

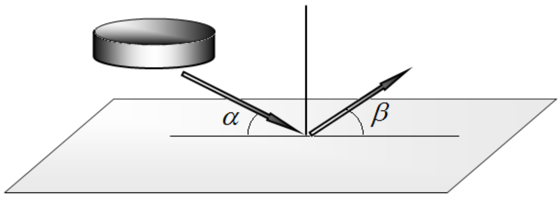
где u_0 *- отклонение центра струны.*

Задание 3. «Блинчики» на воде.

Каждый из Вас когда-либо пытался бросать камень на озёрную гладь, добиваясь отскоков. Конечно, чем больше блинчиков получится – тем лучше! Однако, данный трюк повторить не так-то уж и просто. Большинству из нас знакомы эмпирические правила: необходимо выбирать сплюснутые камни с гладкой поверхностью, бросать их как можно сильнее под малым углом к поверхности воды, при этом слегка закручивая. В данной задаче попробуем разобраться, какие параметры и как влияют на количество отскоков камня.

Часть 1. Отскок от земли

Для начала рассмотрим отражение камня от поверхности земли. Камень дискообразной формы падает плашмя на поверхность земли. Скорость камня в начальный момент удара v_0 направлена под углом α к горизонту. Коэффициент трения μ. Удар абсолютно упругий (проекция скорости на вертикальную ось поменяет свой знак).

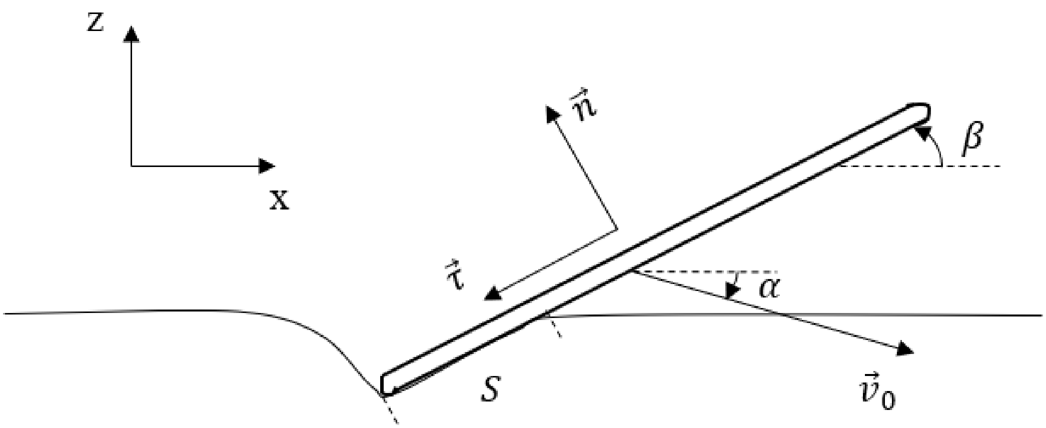


Действием силы тяжести за время удара в данной части можно пренебречь.

1.1. Найдите угол β, а также скорость камня v после удара.

Часть 2. Отскок от воды

Камень массы M падает на поверхность воды со скоростью v_0, направленной под углом $\alpha \ll 1$ к горизонту. Угол между поверхностью камня и горизонтом $\beta \ll 1$ (см. рис.).



Точное описание соударения камня о воду требует нахождения течений, возникающих в процессе удара, путём решения уравнения Навье-Стокса. Данная задача является достаточно трудной и может быть решена лишь численными методами. Рассмотрим упрощённую модель взаимодействия камня с водой:

- при ударе на камень (если он не погрузился в воду полностью) действует сила вязкого трения, которая определяется выражением

$$F_{\text{в}} = C_n \rho v^2 S\vec{n} + C_\tau \rho v^2 S\vec{\tau}\ ,$$

где ρ – плотность воды, v – модуль скорости камня, S – площадь погруженной части камня, C_n и C_τ – безразмерные коэффициенты, имеющие одинаковый порядок величины и зависящие от углов α и β, $\vec{n}$ и $\vec{\tau}$ – единичные векторы, указанные на рисунке;

- в процессе соударения скорость камня и угол α меняются незначительно, а угол β не меняется вовсе;
- в силу последнего приближения величины C_n и C_τ постоянны в процессе удара;
- начала отсчёта Oz и Ox выберем в месте, где камень начинает соприкасаться с водой;
- в силу наличия набегающих волн, обтекающих камень при ударе, будем считать, что площадь погруженной части камня линейно зависит от глубины погружения: $S = a|z|$, величину a считайте известной.

2.1. Запишите уравнение движения камня в проекции на оси X и Z. Упростите данные уравнения с учётом указанных приближений.
2.2. Покажите, что в любой момент времени проекции силы сопротивления воды связаны соотношением $F_{\text{в x}} = -\mu F_{\text{в z}}$. Получите выражение для коэффициента μ.
2.3. Найдите зависимость координаты нижней точки камня от времени $z(t)$.
2.4. Найдите время соударения камня с водой t_0.

Пусть масса камня $M = 0.1$ кг, скорость перед ударом $v_0 = 10$ м/с, углы $\alpha = \beta = 10°$, для данных углов и формы камня $a = 60$ см, площадь поверхности камня $S_0 = 100$ см^2 (вся поверхность), коэффициенты $C_n = C_\tau = 0{,}5$, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Ускорение свободного падения $g \approx 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.5. Для указанных параметров вычислите время соударения t_0 и расстояние l_0, пройденное камнем вдоль оси X за время соударения.
2.6. Найдите среднюю проекцию равнодействующей силы, действующей на камень, на ось X $\langle F_x \rangle$.
2.7. Отскочит ли камень при указанных параметрах? Если да, то с какой конечной скоростью и под каким углом к горизонту?
2.8. Можно ли в данной модели воду считать твёрдым телом?

Подсказка.

- $\langle \sin\varphi \rangle_{\varphi\in[0,\frac{\pi}{2}]} = \dfrac{2}{\pi}$.