

9 класс

Задание 9-1 Теплота растворения.

Часть 1. Измерения.

1.1 Начальная температура воды $t_0 = 21^\circ\text{C}$

1.2 В таблице 1 приведены результаты измерений температуры $t_n^\circ\text{C}$ после растворения n порций хлорида натрия и времена τ_n после окончания растворения очередной порции соли.

Таблица 1. Растворение хлорида натрия.

n	$t_n^\circ\text{C}$	Время растворения			$\tilde{t}_n^\circ\text{C}$
		$t, \text{мин}$	$t, \text{с}$	$\tau_n, \text{с}$	
0	21	0		0	21,0
1	22,4	0	12	12	22,4
2	24	1	40	100	24,1
3	25,5	2	25	145	25,6
4	27,3	3	46	226	27,4
5	28,8	5	30	330	29,0

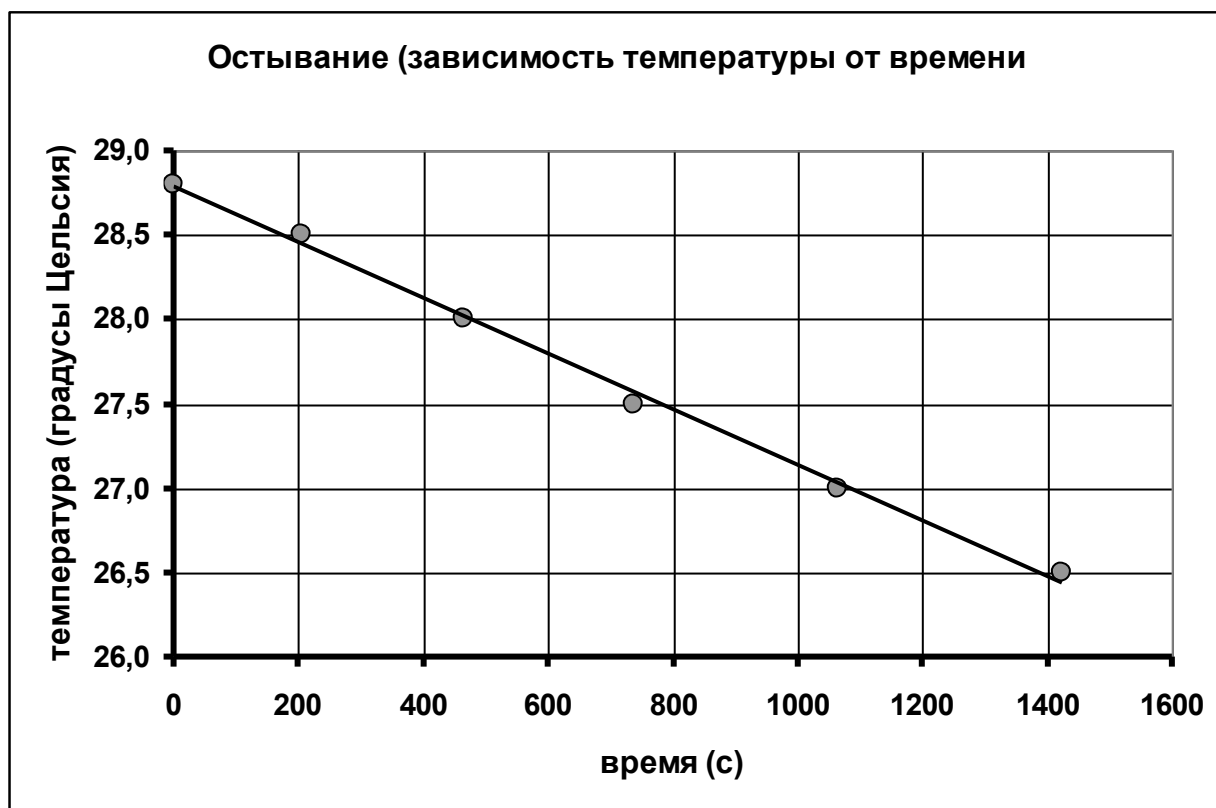
1.3 В Таблице 2 приведены результаты измерений зависимости температуры от времени в процессе остывания.

Таблица 2. Остывания раствора.

$t^\circ\text{C}$	Время растворения		
	$t, \text{мин}$	$t, \text{с}$	$\tau_n, \text{с}$
28,8		0	0
28,5	3	25	205
28,0	7	46	466
27,5	12	16	736
27,0	17	46	1066
26,5	23	45	1425

Часть 2. Расчеты.

2.1 График зависимости температуры раствора от времени (построен по данным Таблицы 2) в процессе остывания показан на рисунке.



Полученная зависимость действительно близка к линейной. Коэффициент наклона графика равен

$$K = \frac{\Delta t}{\Delta \tau} = 1,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{град}}{\text{с}}. \quad (1)$$

Примерная линейность полученной зависимости позволяет считать, что потери теплоты в единицу времени примерно постоянны, т.е. не зависят от температуры. Найденный коэффициент наклона равен изменению температуры раствора за 1 секунду.

2.2 График зависимости температуры от числа растворенных порций соли (по данным таблицы 1) показан на следующем рисунке – точки отмечены кружками.

2.3 Учет потерь теплоты проводится следующим образом. В процессе растворения измерены времена растворения $\Delta \tau = \tau_n - \tau_{n-1}$ каждой порции. Если эти времена умножить на найденный коэффициент K , то получим уменьшение температуры вследствие остывания. Поэтому скорректированные значения температур (при отсутствии остывания) рассчитываются по формуле

$$\tilde{t}_n = t_n + K(\tau_n - \tau_{n-1}). \quad (2)$$

Эти рассчитанные значения приведены в последнем столбце Таблицы 1. График этой зависимости также показан на рисунке (точки отмечены ромбами). Коэффициент наклона этого графика равен

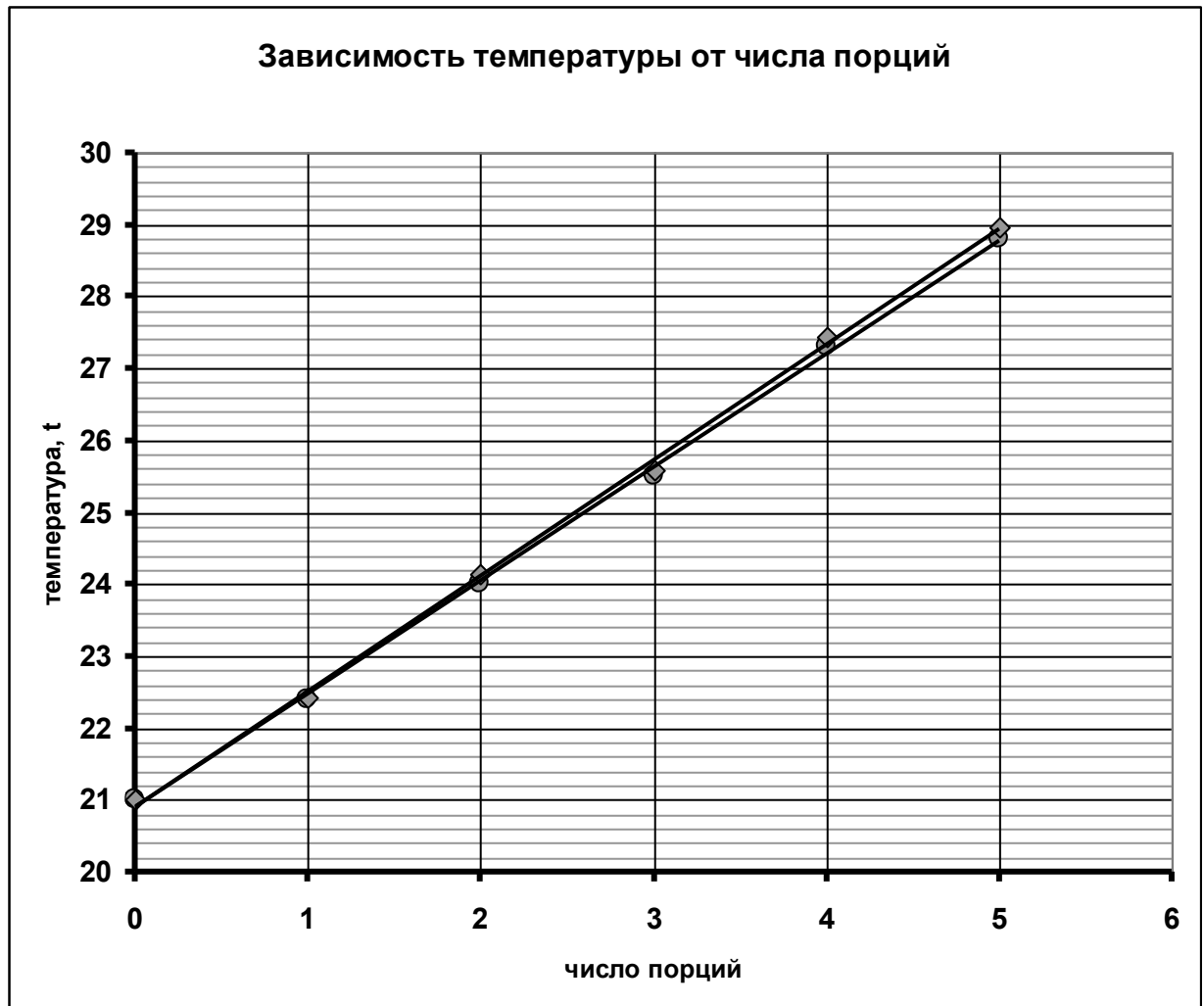
$$a = \frac{\Delta t^\circ}{\Delta n} = 1,6 \frac{\text{градусов}}{\text{порцию}}. \quad (3)$$

Таким образом, при растворении одной порции выделяется теплота, которая идет на нагревание воды (раствора), поэтому это количество теплоты равно

$$q' = cma = 4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{град}} 30\text{г} \cdot 1,6 \frac{\text{град}}{\text{порцию}} \approx 200 \frac{\text{Дж}}{\text{порцию}}. \quad (4)$$

Масса одной порции равна $m_0 =$. Следовательно, удельная теплота растворения хлорида натрия равна

$$q = \frac{q'}{m_0} = 540 \frac{\text{Дж}}{\text{град}}. \quad (5)$$



Задание 9-2 Закон Ома для жидкости.

1. Измерения удобно проводить следующим образом. С помощью регулятора установить некоторый поток воды по трубке, измерить высоты уровней воды в трубках (h_1, h_2), после чего измерить время t наполнения стаканчика между сделанными метками. Объем воды в стакане между метками равен $V_0 = 160 \text{ мл}$. Разность уровней воды в трубках определяет разность давлений, которая рассчитывается по формуле

$$\Delta P = \rho g \Delta h. \quad (1)$$

Расход жидкости рассчитывается по формуле

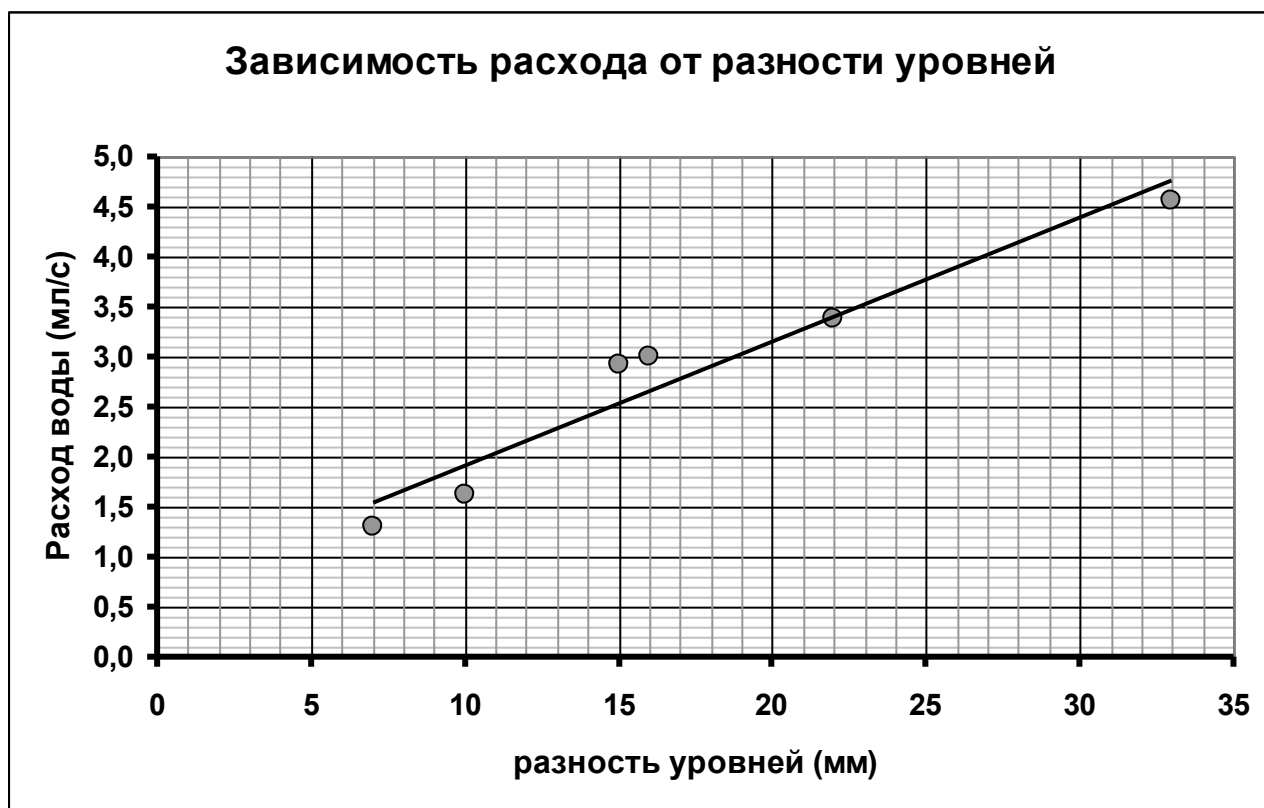
$$q = \frac{\Delta V}{t}. \quad (2)$$

Результаты измерений и расчетов приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

h_1 , мм	h_2 , мм	t , с	Δh , мм	q , мл/с
80	113	35,12	33	4,56
100	115	54,91	15	2,91
111	118	122,54	7	1,31
98	114	53,51	16	2,99
107	117	98,44	10	1,63
92	114	47,40	22	3,38

2. График зависимости расхода от разности уровней показан на рисунке.



3. Полученная зависимость близка линейной, что говорит о том, что закон Ома для течения жидкости в данном случае выполняется.

4. Для расчета гидродинамического сопротивления необходимо рассчитать коэффициент наклона построенного графика и оценить погрешность этого коэффициента.

Результаты расчетов дают следующие значение коэффициента наклона

$$a = (0,12 \pm 0,03) \frac{(\text{мл} / \text{с})}{\text{мм}}. \quad (3)$$

Переведем данную величину в систему СИ. С учетом того, что

$$1 \text{ мл} = 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$P = \rho gh \Rightarrow 1 \text{ мм} = \frac{1 \text{ Па}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1,02 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$$

Значение коэффициента наклона в единицах системы СИ равно

$$a = (0,12 \pm 0,03) \frac{(\text{мл} / \text{с})}{\text{мм}} = (0,12 \pm 0,03) \frac{10^{-6} (\text{м}^3 / \text{с})}{10^{-4} \text{ Па}} = (0,12 \pm 0,03) \cdot 10^{-2} \frac{(\text{м}^3 / \text{с})}{\text{Па}}. \quad (3)$$

Гидродинамическое сопротивление есть величина обратная найденному коэффициенту наклона

$$R = \frac{1}{a} \approx 830. \quad \Delta R = R \frac{\Delta a}{a} \approx 200 \quad (4)$$

Окончательный результат

$$R = (0,8 \pm 0,2) \cdot 10^3 \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^3}. \quad (5)$$

Иными словами, примерно 800 гидроОм.

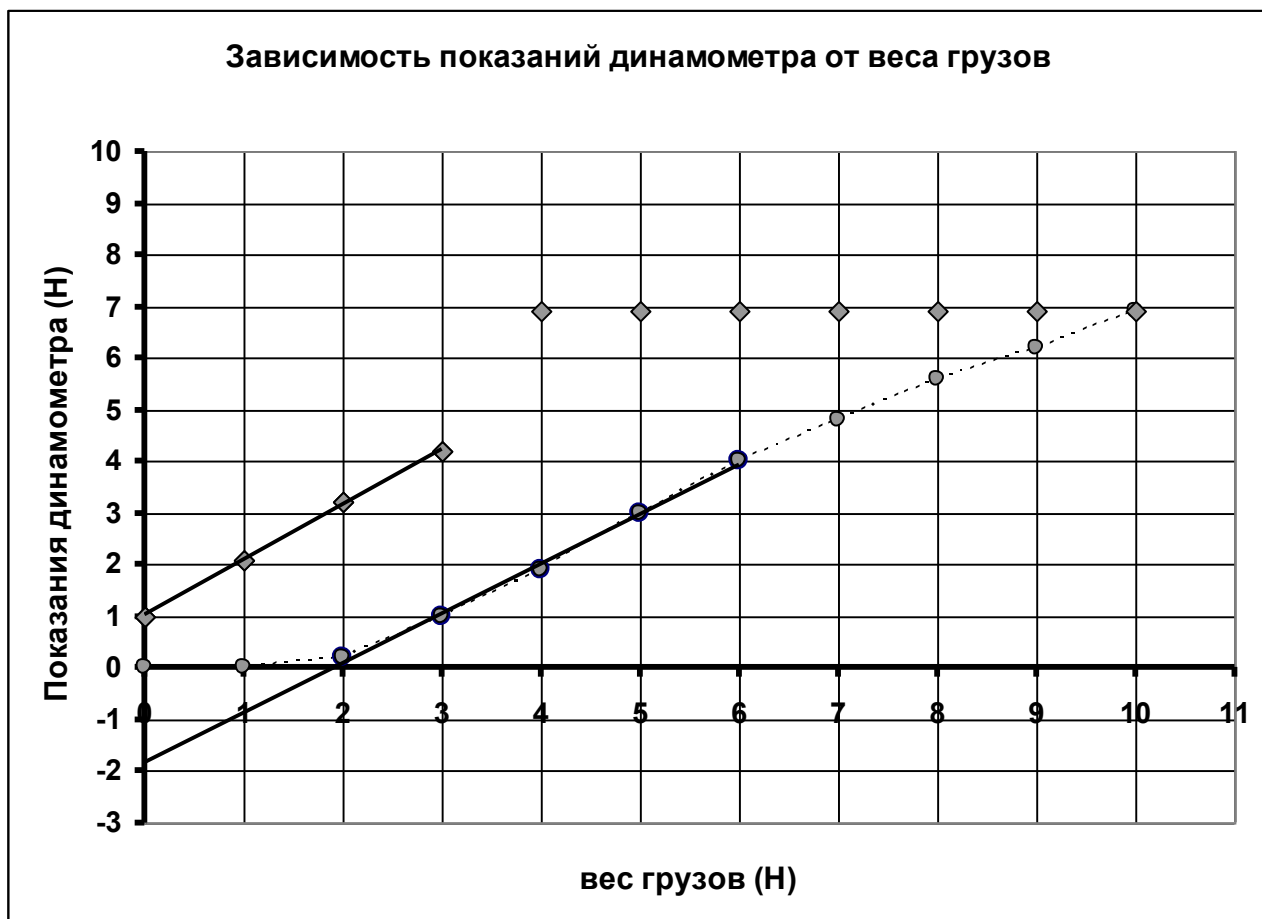
Задание 10-1. Опять трение?!

Часть 1. Нить в бумажной втулке.

1.1 – 1.2 Результаты измерений зависимости показаний динамометра F от веса подвешенных грузов P при нагрузке и разгрузке приведены в таблице 1 и на графике.

Таблица 1. Нить в бумажной втулке

Нагрузка			Разгрузка		
N	$P, \text{ Н}$	$F, \text{ Н}$	N	$P, \text{ Н}$	$F, \text{ Н}$
0	0,0	0,0	10	10,0	6,9
1	1,0	0,0	9	9,0	6,9
2	2,0	0,2	8	8,0	6,9
3	3,0	1,0	7	7,0	6,9
4	4,0	1,9	6	6,0	6,9
5	5,0	3,0	5	5,0	6,9
6	6,0	4,0	4	4,0	6,9
7	7,0	4,8	3	3,0	4,2
8	8,0	5,6	2	2,0	3,2
9	9,0	6,2	1	1,0	2,1
10	10,0	6,9	0	0,0	1,0



1.3 Если считать силу трения нити о бумажную втулку постоянной, то данные зависимости должны описываться формулами

$$F = P \pm F_{тр}. \quad (1)$$

Знак минус соответствует нагрузке, плюс – разгрузке.

1.4 Из графика 1 видно, что строго говоря эти зависимости строго не выполняются. Это может быть обусловлено тем, что на данном участке нить плотнее стала прижиматься к стенкам втулки. Это в свою очередь может быть обусловлено изменением толщины нити, перекручиванием нити, возможно подклинивание штанги динамометра из-за отклонения корпуса динамометра от вертикали и пр.

Однако при небольших массах подвешенных грузов (где проведены линейный аппроксимирующие прямые), формулы (1) достаточно хорошо описывают полученные зависимости: коэффициенты наклона близки к единице (0,96 и 1,07); надежно наблюдается сдвиг прямых. Величины этого сдвига равны силе трения. Простая графическая обработка дает следующие значения для сил трения:

При нагрузке $F = (1,8 \pm 0,1)H$;

При разгрузке $F = (1,0 \pm 0,1)H$.

Часть 2. Нить на цилиндре.

1.1 Результаты измерений зависимости показаний динамометра F от веса подвешенных грузов P при нагрузке и разгрузке приведены в таблице 1 и на графике.

Таблица 2. Нить на цилиндре

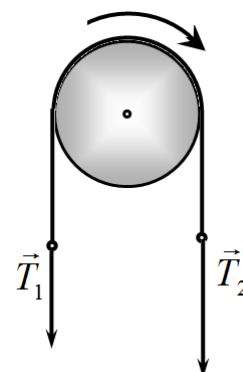
нагрузка			Разгрузка		
N	$P, Н$	$F, Н$	N	$P, Н$	$F, Н$
0	0,0	0,0	10	10,0	7,0
1	1,0	0,6	9	9,0	7,0
2	2,0	1,2	8	8,0	7,0
3	3,0	1,8	7	7,0	7,0
4	4,0	2,5	6	6,0	7,0
5	5,0	3,2	5	5,0	7,0
6	6,0	4,0	4	4,0	5,7
7	7,0	4,7	3	3,0	4,2
8	8,0	5,4	2	2,0	2,6
9	9,0	6,2	1	1,0	1,3
10	10,0	7,0	0	0,0	0,0

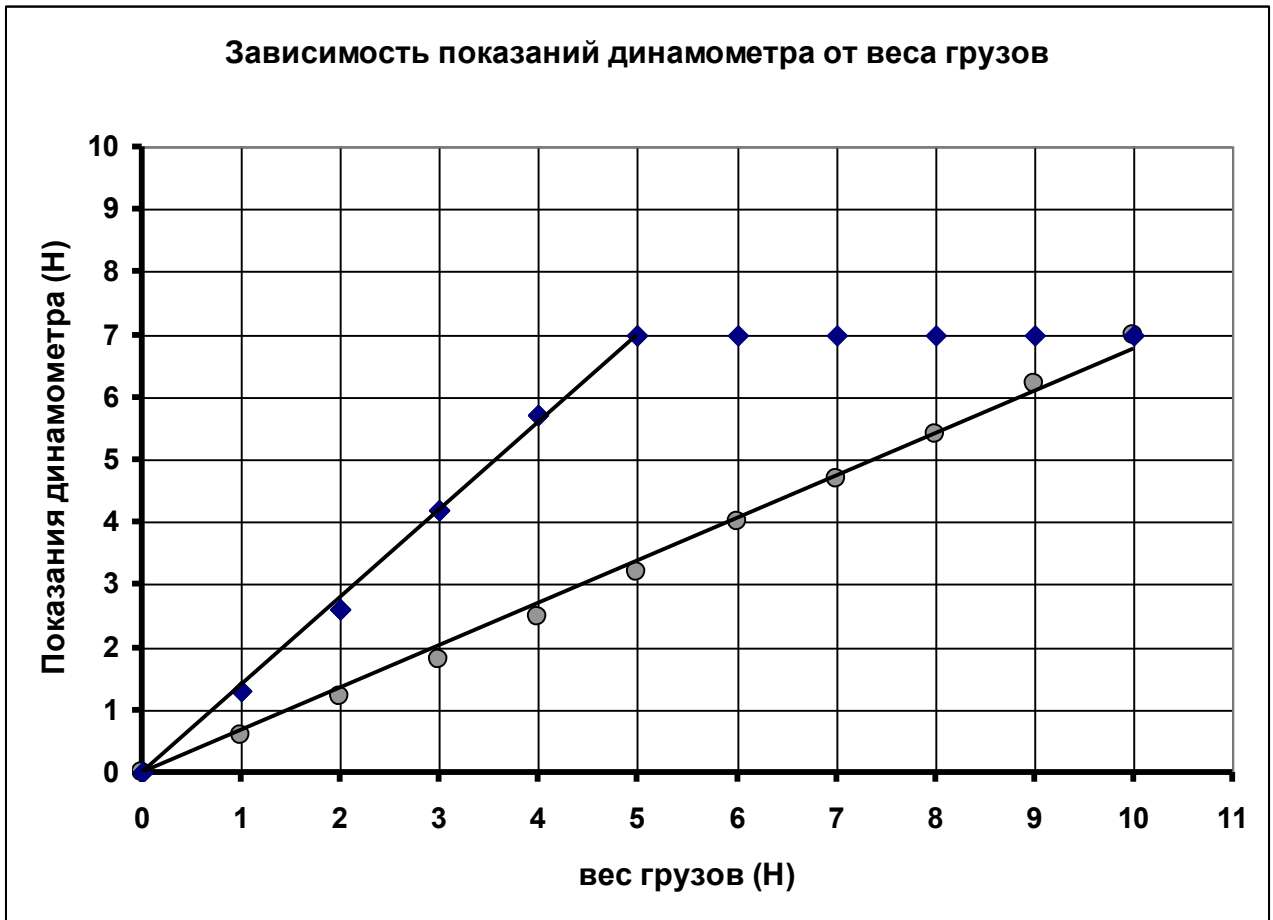
1.2 Чтобы отношение

$$\frac{T_1}{T_2} = k . \quad (2)$$

было меньше 1 направление движение нити по цилиндру должно быть таким, как показано на рисунке.

Следовательно, при нагрузке показания динамометра меньше, чем вес грузов, при разгрузке наоборот – показания динамометра больше веса грузов.





Полученные зависимости подтверждают теоретическую формулу, приведенную в условии задачи: между показаниями динамометра и весом грузов реализуется прямо пропорциональная зависимость. Коэффициенты наклона в данном случае имеет смысл рассчитывать по методу наименьших квадратов. Такой расчет дает следующие значения:

При нагрузке $a_1 = 0,70 \pm 0,02$;

При разгрузке $a_2 = 1,42 \pm 0,05$

Значение коэффициента в формуле (1) равно коэффициенту a_1 . Также этот коэффициент обратен величине a_2 . Т.е.

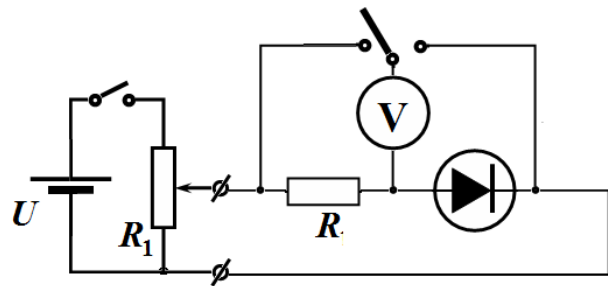
$$k = \frac{1}{a_2} = 0,70 \pm 0,03. \quad (3)$$

Как видно получено прекрасное соответствие между найденными значениями.

Отметим, что произведение рассчитанных по МНК коэффициентов $a_1 \cdot a_2$ отличается от теоретического значения (единицы) в четвертом знаке после запятой.

Задание 10-2 Туннельный диод.

1. Для проведения измерений используется традиционная схема с делителем напряжения, позволяющая измерять напряжения на резисторе U_R и диоде U_D .



2.1. Требуемые величины рассчитываются по очевидным формулам

$$U_0 = U_R + U_D$$

$$I = \frac{U_R}{R}$$

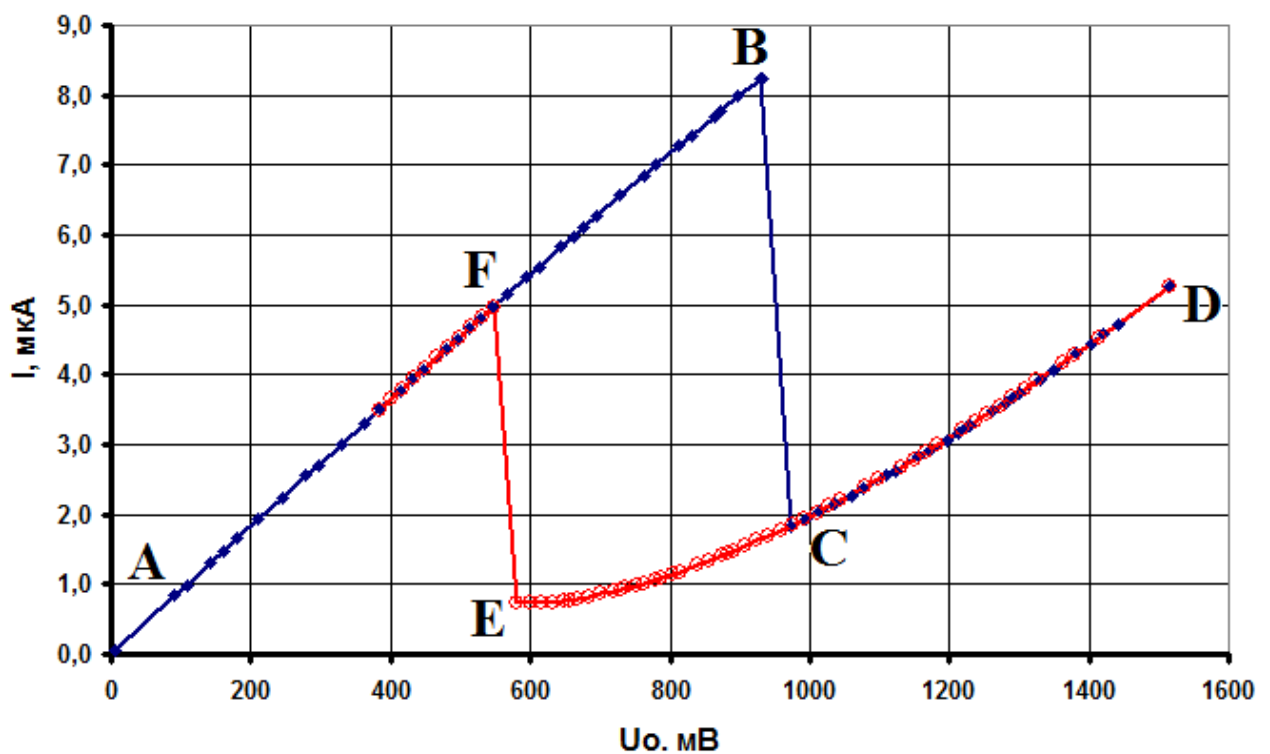
(1)

2.2 – 2.3 В этой серии использовался резистор с сопротивлением $R = 100,7 \text{ Ом}$

График зависимости силы тока в цепи I от общего напряжения U_0 показан на рисунке.

Таблица результатов измерений приведена на следующей странице.

Сила тока от общего напряжения



При возрастании напряжения сила тока изменяется по «траектории» $ABCD$, при уменьшении - $DEFA$. Главной особенностью полученной зависимости является наличие области бистабильности (ветви FB и EC) – в этой области при одном и том же напряжении сила тока может принимать разные значения.

Таблица 1. Измерения при $R = 100,7 \text{ Ом}$.

При увеличении напряжения				При уменьшении напряжения			
$U_d, \text{ мВ}$	$U_r, \text{ мВ}$	$U_o, \text{ мВ}$	$I, \text{ мкА}$	$U_d, \text{ мВ}$	$U_r, \text{ мВ}$	$U_o, \text{ мВ}$	$I, \text{ мкА}$
0	5	5	0,05	985	530	1515	5,25
6	84	90	0,83	958	458	1416	4,54
8	100	108	0,99	947	432	1379	4,28
10	132	142	1,31	942	420	1362	4,16
13	167	180	1,66	925	383	1308	3,80
16	195	211	1,93	919	371	1290	3,68
21	258	279	2,56	907	348	1255	3,45
23	273	296	2,71	901	337	1238	3,34
26	304	330	3,01	894	325	1219	3,22
29	334	363	3,31	881	303	1184	3,00
30	354	384	3,51	874	292	1166	2,89
35	395	430	3,91	860	271	1131	2,69
36	410	446	4,06	846	252	1098	2,50
39	440	479	4,36	838	242	1080	2,40
41	455	496	4,51	822	223	1045	2,21
42	470	512	4,66	814	214	1028	2,12
44	485	529	4,81	806	205	1011	2,03
46	500	546	4,96	797	196	993	1,94
46	521	567	5,16	789	187	976	1,85
51	544	595	5,39	780	179	959	1,77
56	588	644	5,83	761	164	925	1,63
60	617	677	6,11	742	149	891	1,48
62	632	694	6,26	737	146	883	1,45
66	662	728	6,56	732	142	874	1,41
71	691	762	6,85	721	135	856	1,34
73	706	779	7,00	711	128	839	1,27
78	734	812	7,27	695	119	814	1,18
81	749	830	7,42	689	116	805	1,15
88	785	873	7,78	671	108	779	1,07
92	805	897	7,98	659	103	762	1,02
99	832	931	8,25	653	100	753	0,99
788	185	973	1,83	637	94	731	0,93
799	196	995	1,94	628	91	719	0,90
808	206	1014	2,04	614	87	701	0,86
819	217	1036	2,15	601	83	684	0,82
830	229	1059	2,27	587	80	667	0,79
837	239	1076	2,37	580	78	658	0,77
858	265	1123	2,63	558	75	633	0,74
871	285	1156	2,82	542	73	615	0,72
877	294	1171	2,91	526	73	599	0,72
887	309	1196	3,06	508	73	581	0,72
893	320	1213	3,17	46	501	547	4,97
899	330	1229	3,27	43	472	515	4,68
911	352	1263	3,49	41	457	498	4,53
917	364	1281	3,61	39	443	482	4,39
921	372	1293	3,69	38	428	466	4,24
933	396	1329	3,92	35	398	433	3,94
939	409	1348	4,05	33	383	416	3,80
949	434	1383	4,30	32	368	400	3,65
955	448	1403	4,44	30	353	383	3,50

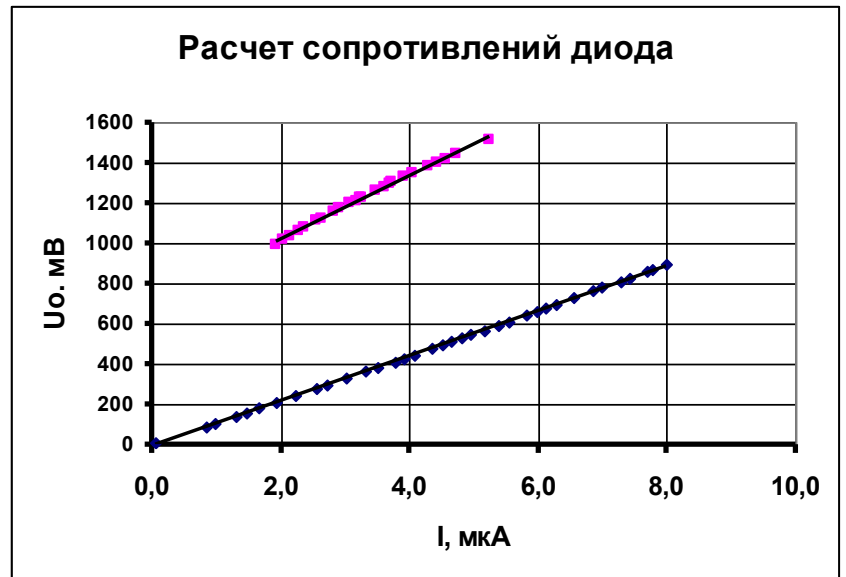
2.4 Выделенные линейные участки отдельно показаны на следующем рисунке. Для упрощения построена «перевернутая зависимость» напряжение – сила тока. Коэффициенты наклона на этих графиках равны сопротивлениям цепи (дифференциальным). Расчет этих значений дает следующие значения:

На ветви АВ:

$$R = 112,2 \text{ Ом}$$

На ветви CD:

$$R = 157,8 \text{ Ом}$$

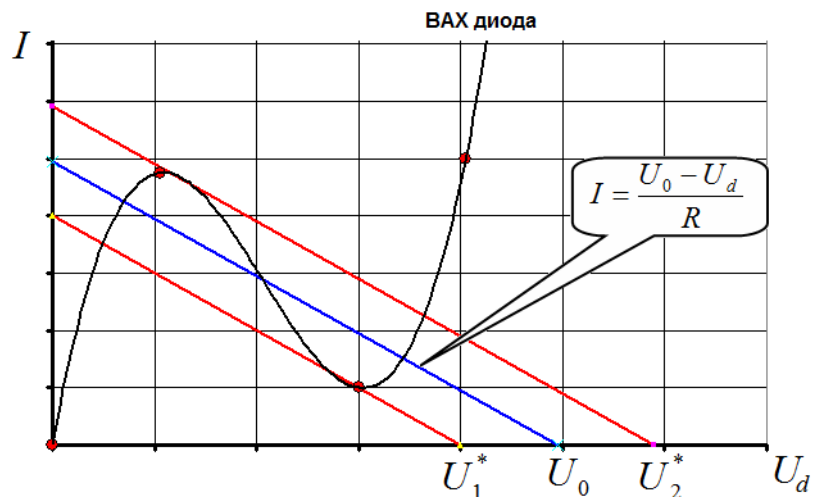


2.5 Качественное объяснение полученной зависимости может быть дано на основании ВАХ диода (см рис) На этом же графике построены зависимости силы тока через резистор (которая, естественно, равна силе тока через диод) от напряжения на диоде

$$I = \frac{U_0 - U_D}{R} \quad (2)$$

Точки пересечения этих графиков дают значения

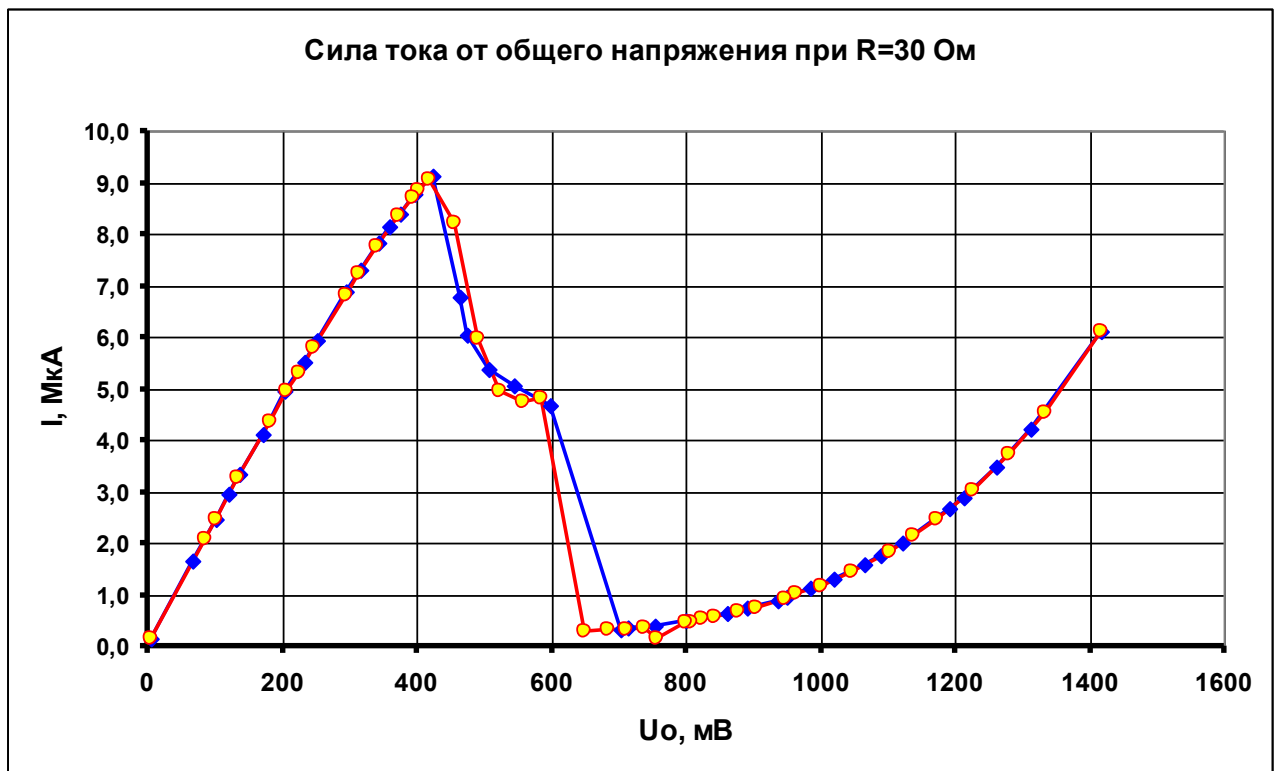
силы тока в цепи. Видно, что в диапазоне напряжений от U_1^* до U_2^* таких точек 3. Легко показать, что средняя ветвь в данном случае является неустойчивой, поэтому в эксперименте не проявляется. При возрастании напряжения сила тока изменяется по левой ветви, при убывании по правой ветви ВАХ диода.



3. Вторая серия измерений проведена с резистором с сопротивлением $R = 30,0 \text{ Ом}$. Результаты измерений приведены в Таблице 2 и показаны на графике.

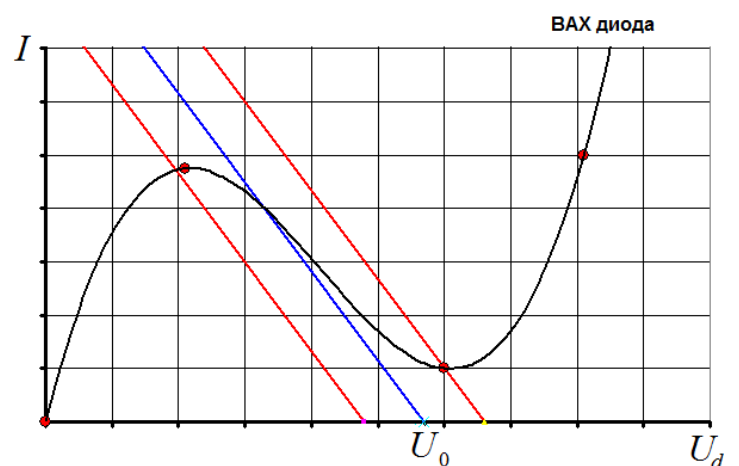
Таблица 2. Измерения при $R = 30,0 \text{ Ом}$.

При увеличении напряжения				При уменьшении напряжения			
$U_d, \text{ мВ}$	$U_r, \text{ мВ}$	$U_o, \text{ мВ}$	$U_d, \text{ мВ}$	$U_o, \text{ мВ}$	$U_d, \text{ мВ}$	$U_r, \text{ мВ}$	$U_o, \text{ мВ}$
1,0	4,0	5,0	0,1333	1235,0	183,1	1418,1	6,1033
18,0	50,0	68,0	1,6667	1197,0	136,2	1333,2	4,5400
28,0	74,0	102,0	2,4667	1169,0	111,9	1280,9	3,7300
33,0	88,0	121,0	2,9333	1136,0	90,8	1226,8	3,0267
38,0	100,0	138,0	3,3333	1100,0	73,7	1173,7	2,4567
48,0	123,0	171,0	4,1000	1075,0	64,0	1139,0	2,1333
57,0	148,0	205,0	4,9333	1048,0	55,0	1103,0	1,8333
68,0	165,0	233,0	5,5000	1003,0	43,3	1046,3	1,4433
75,0	178,0	253,0	5,9333	965,0	35,2	1000,2	1,1733
90,0	206,0	296,0	6,8667	935,0	30,1	965,1	1,0033
98,0	219,0	317,0	7,3000	920,0	27,6	947,6	0,9200
109,0	235,0	344,0	7,8333	883,0	22,5	905,5	0,7500
116,0	244,0	360,0	8,1333	858,0	19,7	877,7	0,6567
123,0	252,0	375,0	8,4000	826,0	16,6	842,6	0,5533
134,0	263,0	397,0	8,7667	810,0	15,3	825,3	0,5100
150,0	274,0	424,0	9,1333	794,0	14,1	808,1	0,4700
262,0	203,0	465,0	6,7667	786,0	13,6	799,6	0,4533
294,0	181,0	475,0	6,0333	753,0	4,7	757,7	0,1567
346,0	161,0	507,0	5,3667	727,0	10,5	737,5	0,3500
392,0	152,0	544,0	5,0667	703,0	9,7	712,7	0,3233
458,0	140,0	598,0	4,6667	676,0	9,1	685,1	0,3033
694,0	9,0	703,0	0,3000	642,0	8,7	650,7	0,2900
705,0	10,2	715,2	0,3400	442,0	143,7	585,7	4,7900
742,0	12,0	754,0	0,4000	417,0	142,0	559,0	4,7333
787,0	14,3	801,3	0,4767	375,0	148,5	523,5	4,9500
844,0	19,0	863,0	0,6333	313,0	178,6	491,6	5,9533
869,0	21,8	890,8	0,7267	211,0	246,0	457,0	8,2000
909,0	26,6	935,6	0,8867	148,0	272,0	420,0	9,0667
921,0	28,7	949,7	0,9567	139,0	265,0	404,0	8,8333
951,0	33,6	984,6	1,1200	133,0	261,0	394,0	8,7000
980,0	39,2	1019,2	1,3067	122,0	250,0	372,0	8,3333
1017,0	47,8	1064,8	1,5933	108,0	233,0	341,0	7,7667
1036,0	52,6	1088,6	1,7533	97,0	217,0	314,0	7,2333
1062,0	60,5	1122,5	2,0167	90,0	204,0	294,0	6,8000
1113,0	79,7	1192,7	2,6567	73,0	174,0	247,0	5,8000
1127,0	86,7	1213,7	2,8900	66,0	159,0	225,0	5,3000
1158,0	104,4	1262,4	3,4800	60,0	148,0	208,0	4,9333
1187,0	126,8	1313,8	4,2267	52,0	131,0	183,0	4,3667
1235,0	183,1	1418,1	6,1033	37,0	98,0	135,0	3,2667
				28,0	74,0	102,0	2,4667
				23,0	62,0	85,0	2,0667
				1,0	4,0	5,0	0,1333



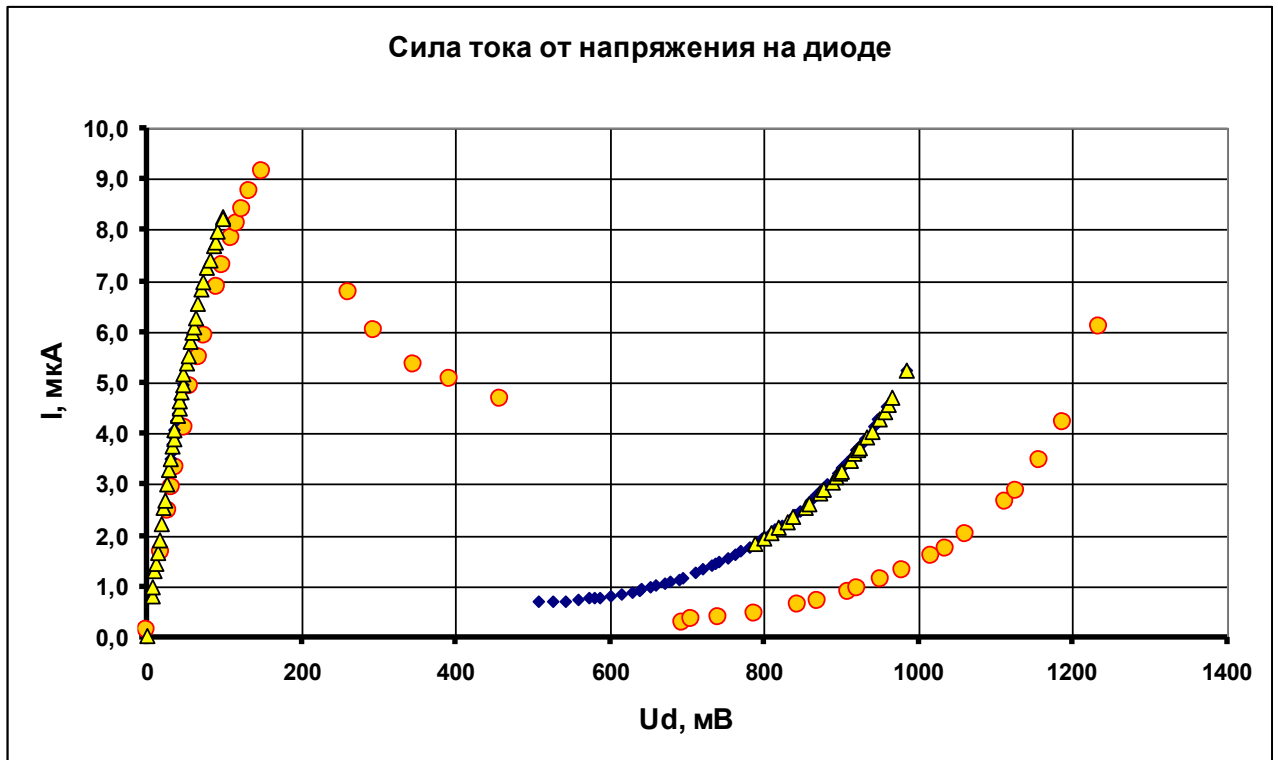
В этом случае области бистабильности нет – значения сил токов при возрастании и при убывании напряжения повторяются.

Качественное объяснение этой зависимости дает следующий график (аналогичный тому, который был рассмотрен при объяснении бистабильности). Из этого рисунка видно, что при малых сопротивлениях ВАХ диода и ВАХ резистора имеют одну точку пересечения при любых значениях общего напряжения. Поэтому в данном случае зависимость получается однозначной.



4. На следующем рисунке на график нанесены все точки, значений сил токов от напряжения на диоде – эти точки и дают

ВАХ диода. По не понятным причинам правые ветви ВАХ измеренные при разных



сопротивлениях слегка расходятся.

4. Значения сил токов и напряжений в критических точка оказываются равными:

В пике: $U_u \approx 170 \text{ мВ}$: $I_u \approx 9 \text{ мкА}$;

В провале $U_v \approx 600 \text{ мВ}$: $I_v \approx 0,5 \text{ мкА}$.

Задание 11-1 Суперконденсатор.

Сразу подчеркнем, что результаты измерений в данной задаче существенно зависят от времени, прошедшего после изготовления конденсатора, точнее от времени заливки электролита – силикатного клея. Результаты могут отличаться в несколько раз!

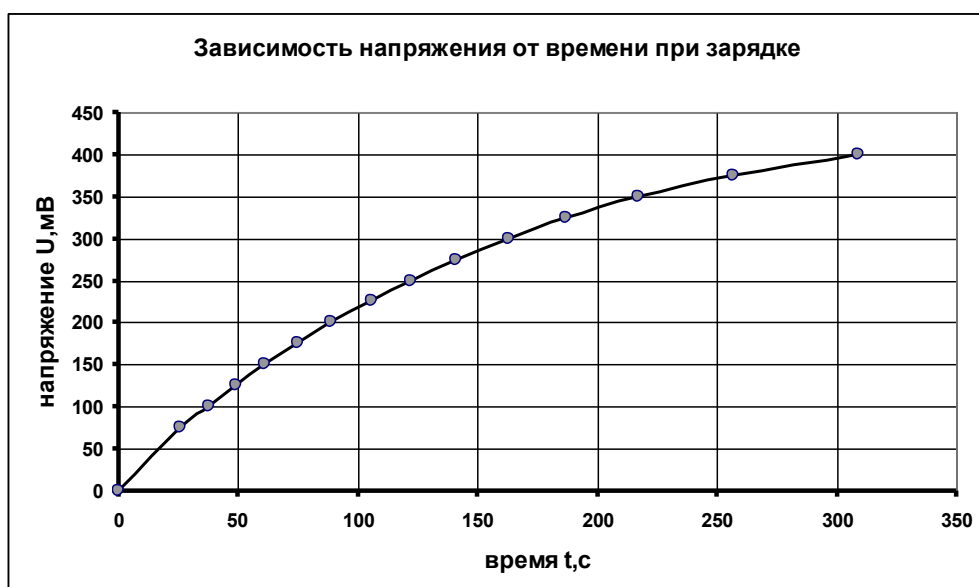
Часть 1. Зарядка конденсатора.

В таблице 1 приведены результаты измерений для конденсатора после трехдневной выдержки. В таблице приведены средние значения времен зарядки через резистор сопротивлением $R = 1,0 \text{ кОм}$ до указанного напряжения, усреднение проводилось по 3 измерениям.

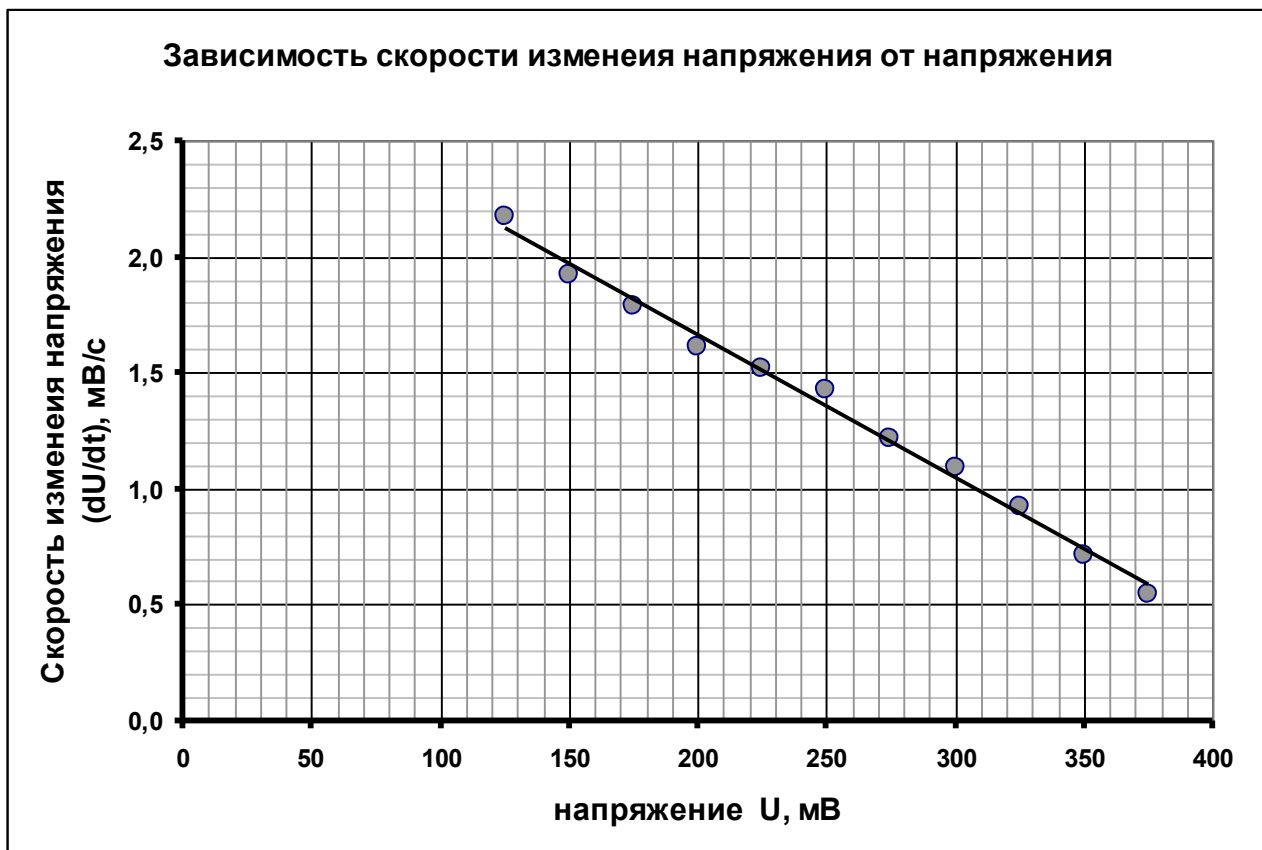
Таблица 1. Зарядка «старого» конденсатора.

U , мВ	t , с	$\frac{\Delta U}{\Delta t}$, мВ/с	$\ln(\bar{U} - U)$
0	0		6,15
75	26	2,632	5,98
100	38	2,174	5,92
125	49	2,174	5,85
150	61	1,923	5,77
175	75	1,786	5,69
200	89	1,613	5,60
225	106	1,515	5,50
250	122	1,429	5,40
275	141	1,220	5,28
300	163	1,087	5,14
325	187	0,926	4,98
350	217	0,714	4,79
375	257	0,543	4,56
400	309		4,26

На рисунке показан график полученной зависимости. Построение этого графика не обязательно.



Далее проведем обработку в соответствии с указаниями. Рассчитаем значения скорости изменения напряжения $U' = \frac{\Delta U}{\Delta t}$ и построим график зависимости этой величины от напряжения (см. рис.)



Полученная зависимость очень близка к линейной, что подтверждает применимость уравнения

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}(U - \bar{U}), \quad (1)$$

в данном случае.

Параметры этой линейной зависимости $U' = aU + b$, рассчитанные по МНК, равны

$$\begin{aligned} a &= -6,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \\ b &= 2,89 \text{ мВ/с} \end{aligned} \quad (2)$$

Используя эти значения, определим параметры зависимости (1)

$$\tau = -\frac{1}{a} = 160 \text{ с}, \quad \bar{U} = -\frac{b}{a} = 460 \text{ мВ} \quad (3)$$

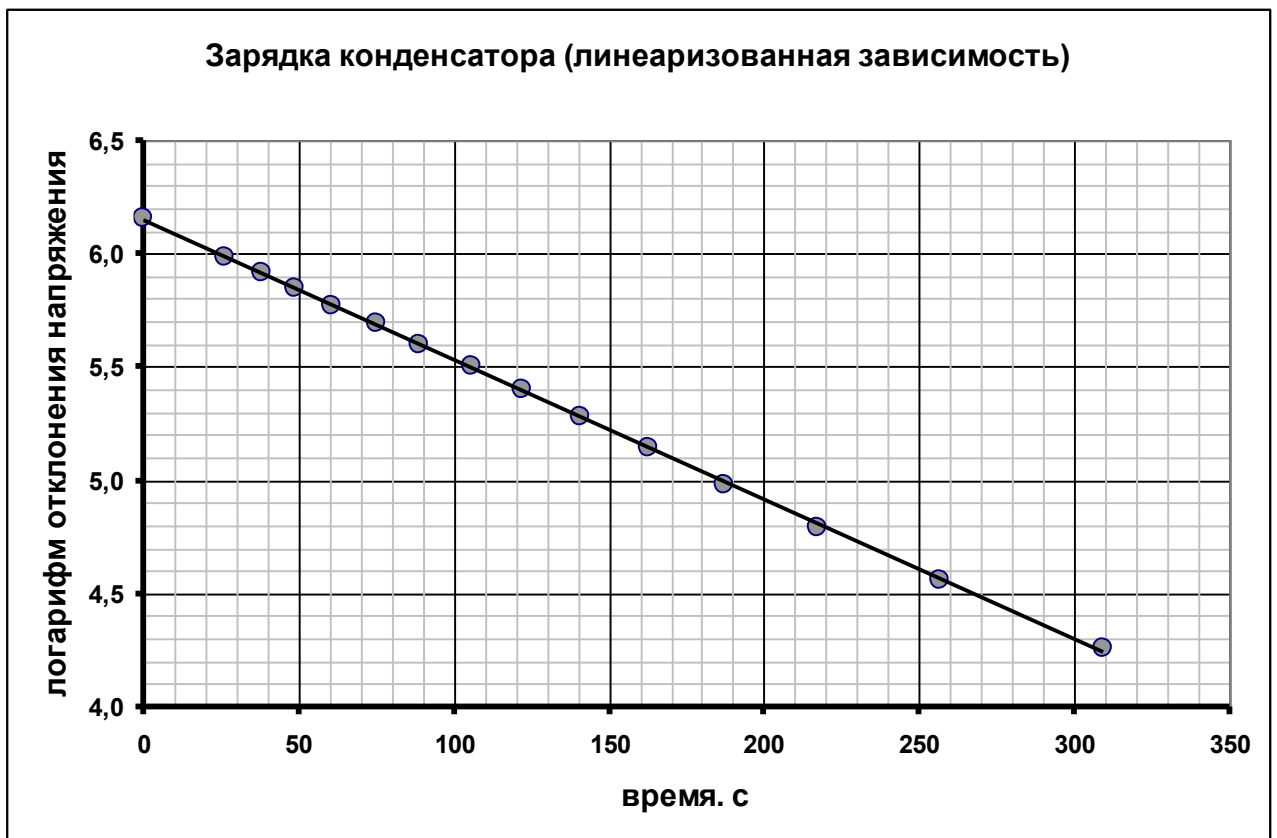
численный расчет производной по экспериментальным данным приводит к большим погрешностям. Поэтому имеет смысл линеаризовать зависимость

$$U = \bar{U} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right). \quad (4)$$

С использованием найденного значения $\bar{U} = 460 \text{ мВ}$, т.е. представить ее в виде

$$\ln(\bar{U} - U) = \ln \bar{U} - \frac{t}{\tau}. \quad (5)$$

График этой линеаризованной зависимости показан на следующем рисунке. Здесь экспериментальные данные хорошо ложатся на прямую, что доказывает применимость используемой теоретической модели.



Значение характерного времени зарядки, рассчитанное по этой зависимости равно $\tau = 162\text{ с}$. Как известно, это время рассчитывается по формуле

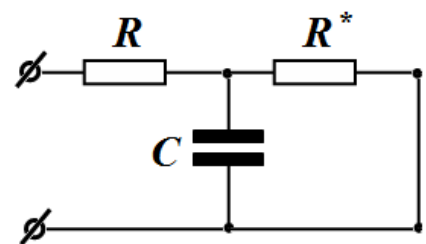
$$\tau = RC \tag{6}$$

Следовательно, емкость конденсатора примерно равна $C = 0,16\text{ Ф}$ (160000 мкФ).

Как следует из проведенного анализа предельное напряжение, до которого должен заряжаться конденсатор меньше напряжения источника (равное $U_0 = 1,5\text{ В}$)

Для объяснения данного результата можно предложить следующую эквивалентную схему. Отметим, что незаряженный конденсатор имеет «нулевое сопротивление» - поэтому на малых временах можно считать, что все конденсаторы бесконечной цепочки не успевают зарядиться.

В этой схеме предельное напряжение, до которого заряжается конденсатор равно



$$\bar{U} = U_0 \frac{R^*}{R^* + R} \tag{7}$$

Из этой формулы следует, что конденсатору можно «приписать» сопротивление

$$R^* = R \frac{\bar{U}}{U_0 - \bar{U}} \approx 440\text{ Ом} \tag{8}$$

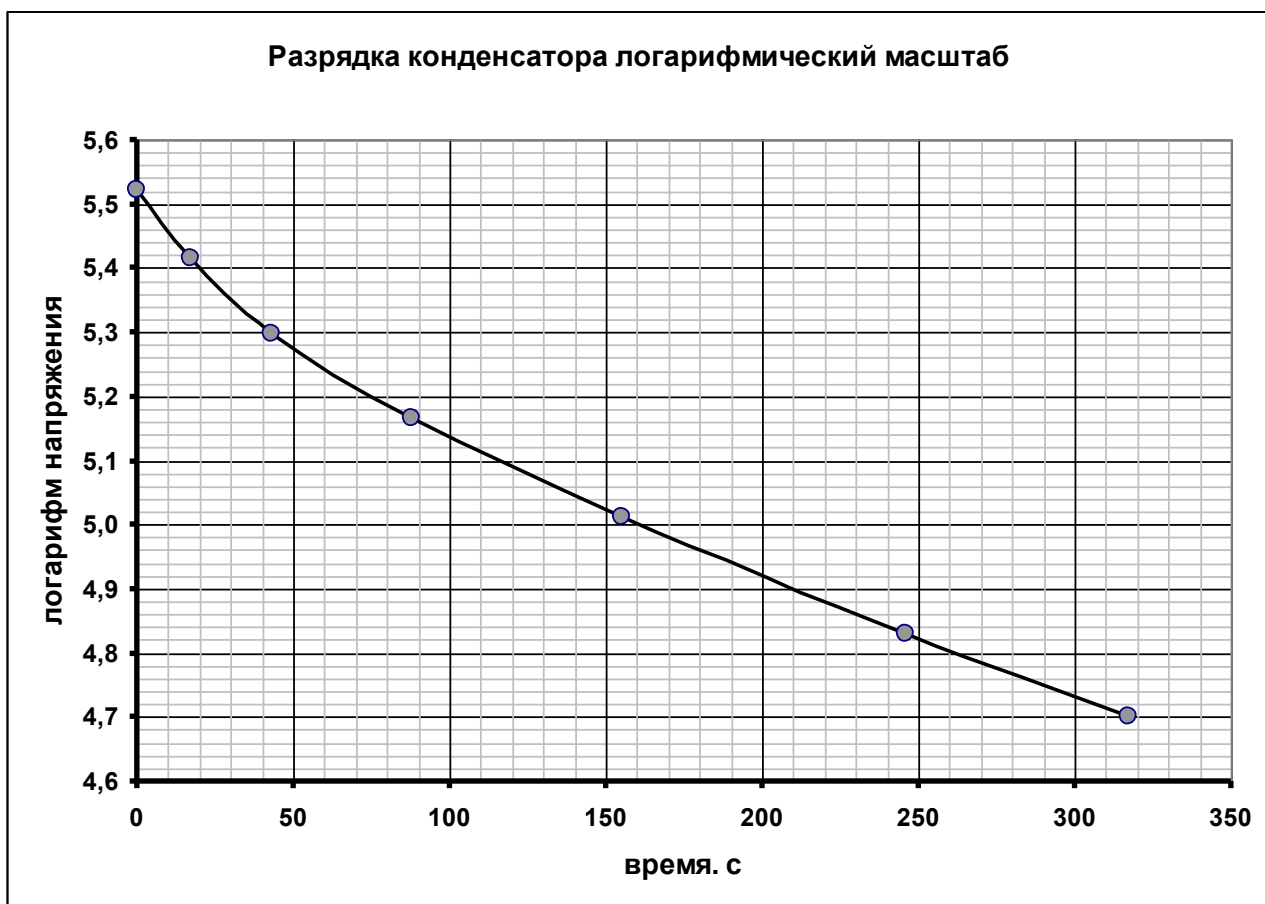
Часть 2. Процесс разрядки конденсатора.

В таблице 2 приведена зависимость напряжения на конденсаторе от времени в процессе его разрядки через резистор $R = 1,0 \text{ кОм}$

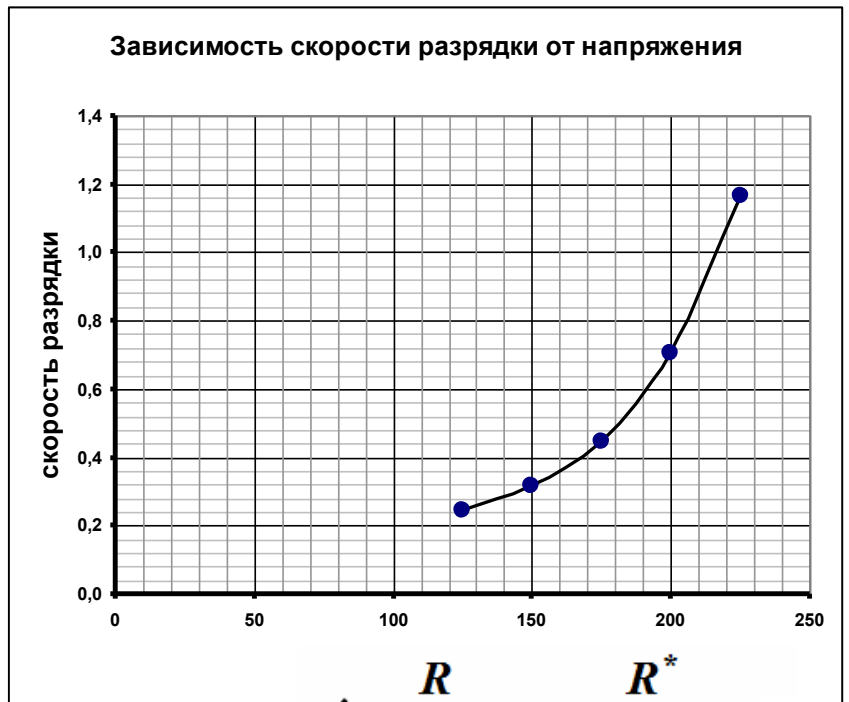
Таблица 2 Разрядка конденсатора.

U , мВ	t , с	$\ln(U)$	$\frac{\Delta U}{\Delta t}$ мВ/с
250	0	5,52	
225	17	5,42	1,16
200	43	5,30	0,70
175	88	5,16	0,45
150	155	5,01	0,32
125	246	4,83	0,25
110	317	4,70	

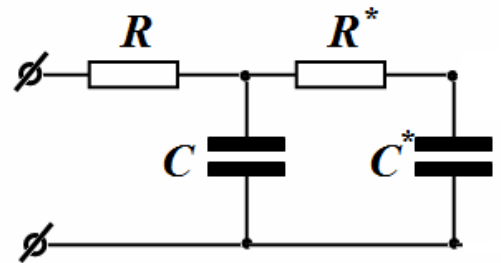
Ниже показан график данной зависимости в логарифмическом масштабе.



Нелинейность этого графика свидетельствует о том, что процесс разрядки не является экспоненциальным. Причем скорость разрядки со временем уменьшается. Для большей убедительности приведем график зависимости скорости изменения напряжения от напряжения на конденсаторе. Эта зависимость также не линейна.



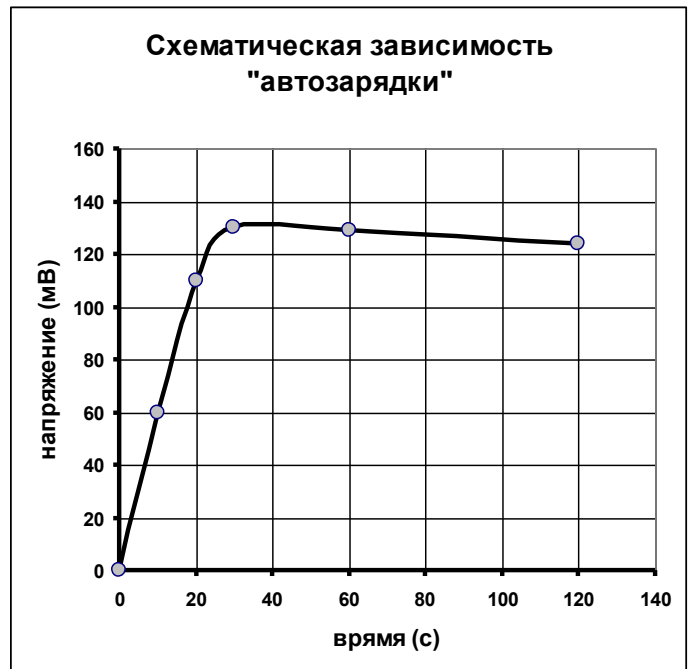
Качественно данную зависимость можно объяснить на основании следующей эквивалентной схемы. Основная идея: с течением времени «подключаются» к разрядке все более «далекие» конденсаторы, при этом возрастает как эффективная емкость цепи, так и ее сопротивление.



Часть 3. Зарядка после разрядки.

Схематическая зависимость напряжения на резисторе после того, как конденсатор был замкнут, показана на рисунке. Достаточно быстро (за время порядка 60 с) напряжение на конденсаторе возрастает, после чего очень медленно продолжает спадать.

Качественно такое поведение также объяснимо в рамках эквивалентной схемы. Рассмотренной в предыдущей части: при замыкании разряжается первый конденсатор (относительно небольшой емкости); после того, как замыкание убрано, этот конденсатор заряжается от второго конденсатора большей емкости.



Задание 11 - 2. Обратный маятник

Часть 1. Теоретическая

1.1 Из приведенной в условии формулы для периода колебаний, следует, что приведенная длина будет постоянной при выполнении условия

$$\frac{\left(\frac{b}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - x_2\right)^2}{\left(\frac{b}{2} - x_1\right) + \left(\frac{b}{2} - x_2\right)} = l_1 \quad (1)$$

Данное выражение можно преобразовать к более простому и наглядному виду

$$\begin{aligned} \left(\frac{b}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - x_2\right)^2 - l_1\left(\frac{b}{2} - x_1\right) - l_1\left(\frac{b}{2} - x_2\right) &= 0 \Rightarrow \\ \left(\frac{b}{2} - x_1\right)^2 - l_1\left(\frac{b}{2} - x_1\right) &= \left(\frac{b}{2} - x_1\right)^2 - 2\frac{l_1}{2}\left(\frac{b}{2} - x_1\right) + \frac{l_1^2}{4} - \frac{l_1^2}{4} = \left(\frac{b}{2} - \frac{l_1}{2} - x_1\right)^2 - \frac{l_1^2}{4} \Rightarrow \\ \left(\frac{b}{2} - \frac{l_1}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - \frac{l_1}{2} - x_2\right)^2 &= \frac{l_1^2}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

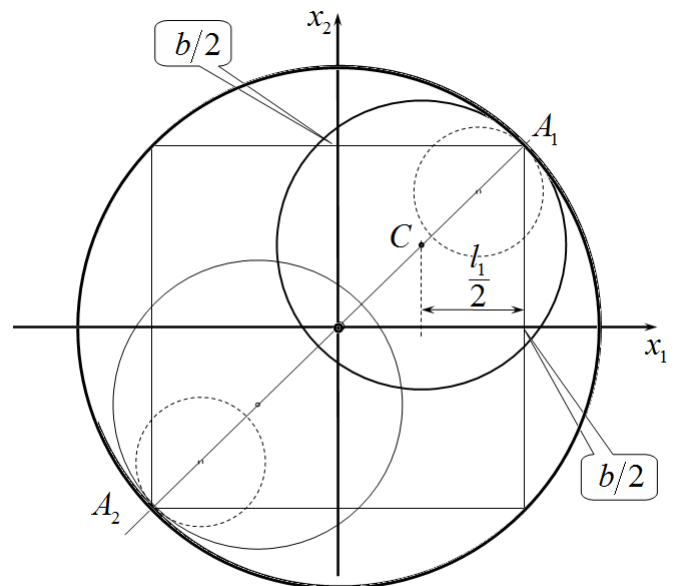
Эта формула задает окружность с центром

C с координатами $x_1 = \frac{b}{2} - \frac{l_1}{2}$; $x_2 = \frac{b}{2} - \frac{l_1}{2}$,

радиус этой окружности $R_1 = \frac{l_1}{\sqrt{2}}$. Легко

заметить, что при любых значениях приведенной длины l_1 окружность проходит через точку A_1 с координатами $x_1 = \frac{b}{2}$; $x_2 = \frac{b}{2}$. Эта точка есть вершина

квадрата со стороной равной расстоянию между осями b , центр этого квадрата находится в начале координат.



1.2 Для перевернутого положения

преобразования выполняются аналогично

(можно просто изменить знаки перед

параметрами x_1 и x_2). Уравнение геометрического места точек в данном случае имеет вид

$$\left(\frac{b}{2} - \frac{l_1}{2} + x_1\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - \frac{l_1}{2} + x_2\right)^2 = \frac{l_1^2}{2} \quad (3)$$

Это есть окружность, проходящая через противоположную вершину квадрата A_2 .

1.3 Для того, чтобы периоды колебаний были одинаковы при обоих положениях маятника необходимо, чтобы построенные окружности совпадали. Т.е. окружность должна быть описана вокруг построенного квадрата. Уравнение этой окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2}{2}. \quad (4)$$

Соответствующая ей приведенная длина оказывается равной расстоянию между осями $l_0 = b$.

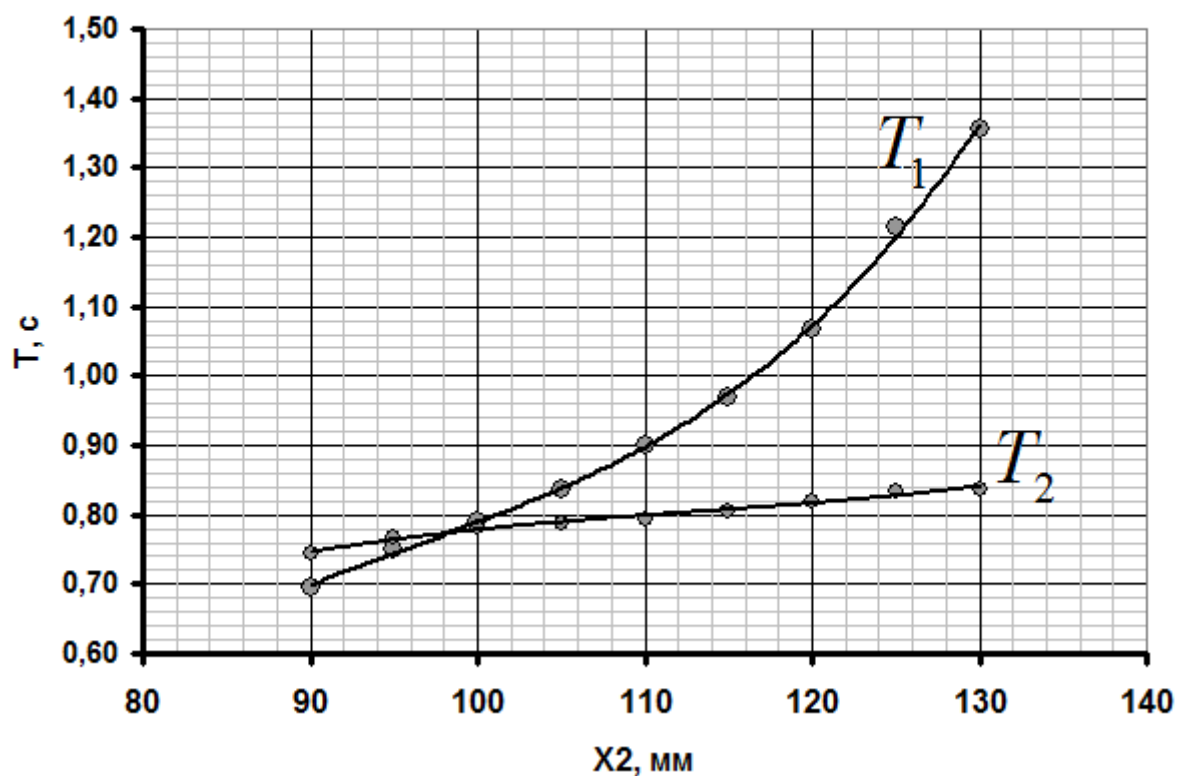
Часть 2. Экспериментальная.

2.1 Результаты измерений зависимости периодов колебаний в прямом (T_1) и перевернутом положениях (T_2) от координаты x_2 приведены в Таблице 1, по данным которой построен график исследованной зависимости

Таблица 1.

$x_2, \text{мм}$	Времена 10 колебаний				$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$
	$t_1, \text{с}$		$t_2, \text{с}$			
90	7,02	6,90	7,50	7,37	0,696	0,744
95	7,35	7,28	7,71	7,64	0,750	0,768
100	7,94	7,85	7,78	7,88	0,790	0,783
105	8,38	8,35	7,86	7,89	0,837	0,788
110	9,06	8,96	7,98	7,91	0,901	0,795
115	9,65	9,74	8,00	8,08	0,970	0,804
120	10,63	10,69	8,21	8,20	1,066	0,821
125	12,17	12,09	8,34	8,31	1,213	0,833
130	13,59	13,54	8,36	8,39	1,357	0,838

Зависимость периода колебаний от координаты



2.2 Для более точного определения значений координаты, когда периоды совпадают и значения этого периода можно провести линейную интерполяцию зависимостей в области пересечения.

Из этого рисунка следует, что

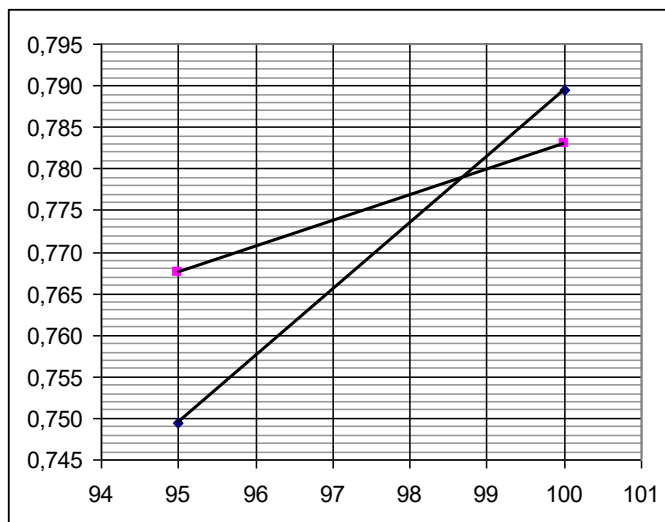
$$x_2^* = 99 \text{ мм};$$

$$T_0 = 0,779 \text{ с}$$

2.3 Приведенная длина маятника в этом случае оказывается равной

$$l = \frac{T_0^2 g}{4\pi^2} = 152 \text{ мм},$$

Что примерно равно расстоянию между осями маятника. Этот результат есть первое подтверждение построенной теории.



Часть 3. Сравнение.

Для выполнения этой части задачи удобнее построить график теоретический, а затем с его помощью искать нужные положения грузов. Важно отметить, что для каждого значения координаты x_2 существует два симметричных относительно центра маятника положения $\pm x_1$, при которых периоды колебаний равны T_0 . Измерения показывают, что экспериментальные точки лежат достаточно близко к построенной окружности.

