

1. Побег (8 p) — Päivo Simson.

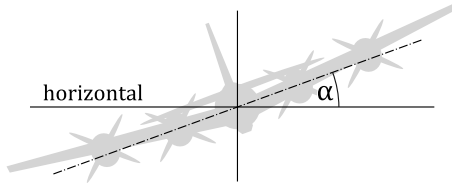
Во время теста ядерного оружия бомбу сбросили с самолёта с высоты $H = 9$ км, и она взрывается на высоте $h = 500$ м над землёй. Сопротивление воздуха во время падения пренебрежительно. Сразу после сброса бомбы самолёт сразу начинает скрываться от взрыва. Экипаж защищён от радиационного взрыва защитным экраном, но самолет уязвим для ударной волны и должен находиться как можно дальше от точки взрыва.

i) (1 p) Максимальная скорость самолёта для полёта по прямой (на постоянной высоте) v_0 . При каком максимальном угле пикирования (спуска) скорость не превышает скорости звука c ? Масса самолёта m , сила сопротивления воздуха $F_d = kv^2$, ускорение свободного падения g .

С этого момента для простоты будем считать, что самолёт остаётся на постоянной высоте, летит с постоянной скоростью $v = 190$ м/с, а все манёвры ограничены максимальным отношением подъёмной силы к весу $n = 2,5$. Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

ii) (1 p) После сброса бомбы сколько времени есть у самолёта до того, как радиационная вспышка от взрыва от бомбы достигнет его?

iii) (1 p) Какой минимальный возможный радиус R кривизны траектории и соответствующий ему угол наклона крыльев самолёта α (см рис.)?



iv) (3 p) Предложите траекторию для быстрого побега. Найдите все параметры, которые определяют траекторию и положение относительно места взрыва.

v) (2 p) Исходя из предложенной траектории, как далеко от места взрыва будет находиться самолёт в момент, когда удар-

ная волна его достигнет? Безопасное расстояние оценивается в 25 км. Может ли самолёт спастись от взрыва? Считайте, что средняя скорость ударной волны $u = 350$ м/с. В этой части можете при необходимости использовать обоснованные приближения для упрощения расчётов.

2. Газ (6 p) — Jaan Kalda.

Контейнер объёма V заполнен ν молями одноатомного газа молярной массы μ при пренебрежительно малой температуре. Контейнер останавливается мгновенно после движения со скоростью v (на много большей тепловой скорости).

i) (2 p) Найдите температуру в сосуде после установления теплового равновесия.

ii) (2 p) Найдите давление на переднюю стенку контейнера (стенка, которая была спереди во время движения) непосредственно после остановки.

iii) (2 p) Теперь сферический шар с газом (гелием, $\mu = 4$ г/моль) радиуса $r = 1$ см, при температуре $T = 300$ К окружён вакуумом. Длина свободного пробега молекул намного больше радиуса r . В какой-то момент стенки шара разрушаются и после $\tau = 5$ мс, часть газа ловят, возводя мгновенно стены, которые образуют кубический сосуд объёмом $V = 1$ м³. Найдите температуру T' в кубе после установления теплового равновесия; теплоёмкостью стенок куба можно пренебречь. $R = 8,31$ Дж/кг К.

3. РАКЕТА (5 p) — Jaan Kalda.

Фотонная ракета ускоряется лазерным пучком, посланным с Земли: зеркало ракеты отражает фотоны в точно противоположном направлении. Масса покоя ракеты M_0 не меняется в течении полёта. Полная энергия фотонов, выпущенных лазером (и позже отражённых ракетой) $\alpha M_0 c^2$. Мощность лазера постоянна во времени.

i) (1 p) Какую скорость v приобретёт ракета, если $\alpha = 1 \times 10^{-6}$?

ii) (2 p) Какую скорость v приобретёт ракета, если $\alpha = 1$?

iii) (2 p) Во сколько раз отличается ускорение ракеты, воспринимаемое пассажирами (то есть инерциальная сила, действу-

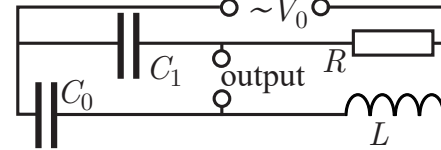
ющая на них) в начале и в конце ускорения, если $\alpha = 1$? Выразите ответ через конечную скорость ракеты v .

4. АС ФИЛЬТР (5 p) — Jaan Kalda.

Переменное напряжение амплитуды V_0 и угловой скорости ω_0 приложено в схеме, показанной ниже.

i) (2 p) Для какой угловой скорости ω_0 напряжение на выходе было бы бесконечным?

ii) (3 p) Теперь пусть угловая скорость ω будет в два раза больше найденной в предыдущей части, $\omega = 2\omega_0$. Ёмкость C_1 выбрана так, что разность фаз φ между напряжением на выходе и на входе максимальная (параметры C_0 , L и R не меняют). Найдите сдвиг фазы φ и напряжение на выходе V_{out} .



5. ФЕРРОМАГНИТНАЯ ПОЛОСА (12 p) — Jaan Kalda, Eero Uustalu.

Оборудование Штангенциркуль, линейка, миллиметровка, датчик резистивного магнитного поля, соединённый с батарейками в держателе батарейки, мультиметр с двумя проводами, полоска из мягкого ферромагнитного материала толщиной 0,25 мм — **не сгибайте черезмерно чтобы избежать её повреждения.**

i) (0,5 p) Воткните провода в порт COM и $V\Omega mA$ -порт мультиметра. Включите мультиметр в диапазоне 20 вольт (DC) и прикоснитесь к двум металлическим выводам держателя батарейки (которые находятся рядом с точками выхода красного и чёрного проводов из держателя) крокодильими концами проводов. Измерьте напряжение \mathcal{E} на выводах держателя батарейки. Если напряжение ниже 3,0 В, вы можете запросить замену батарейки.

При всех измерениях магнитного поля имейте в виду, что если бы напряжение батареи было точно равно 3 В, то каждый милливольт в показании соответствовал бы 10 микротесла напряженности магнитного поля. Однако показание в милли-

вольтах пропорционально как магнитному полю, так и напряжению батарейки.

Подсоедините крокодильи к жёлтому и красному проводам магнитного датчика. Имейте в виду, что (а) датчик может иметь ненулевое смещение: даже если нет магнитного поля, показания мультиметра V_0 могут быть ненулевыми; (б) всегда присутствует магнитное поле Земли. В дальнейшем избегайте измерения магнитных полей, которые соответствуют показаниям напряжения, превышающим 500 мВ — такие сильные поля могут привести к изменению значения смещения V_0 . Если вы случайно выставили сенсор на такие поля, определите и используйте новое значение V_0 .

Магнитный датчик имеет небольшую белую точку, отмеченную на одном из его краев. Она указывает на направление той компоненты магнитного поля, которая измеряется.

ii) (1,5 p) Определите смещение V_0 , значение магнитного поля земли $B_E \equiv |\vec{B}_E|$, и угол между вертикалью и направлением \vec{B}_E .

Теперь прикрепите магнит к ферромагнитной полоске так, чтобы его круглая поверхность касалась поверхности полоски рядом с одним из её концов. Возьмём перпендикулярную систему координат, где $x - y$ -плоскость — плоскость полоски, причём большая ось симметрии полоски служит осью x , а $x = 0$ находится в положении центра магнита.

Полное магнитное поле представляет собой суперпозицию поля постоянного магнита \vec{B}_m , поля намагниченной ферромагнитной полоски \vec{B} и магнитного поля Земли \vec{B}_E . Далее нас интересует только \vec{B} . Предположим, что \vec{B}_m зависит только от расстояния до магнита и не меняется при отрыве магнита от полоски.

iii) (2,5 p) Измерьте вертикальное поле $B_z = B_z(L/2, y)$ вызванное полоской с магнитом, как функцию от y для $-w/2 \leq y \leq w/2$, при $x = L/2$, где w обозначает ширину и L — длину полоски. Найдите отношение $\kappa = \langle B_z \rangle$ к $B_z(L/2, 0)$, где среднее магнитное поле

$$\langle B_z \rangle \equiv \int_{-w/2}^{w/2} B_z(L/2, y) dy.$$

Можете считать, что κ остаётся постоянной вдоль полоски.

iv) (3,5 p) Измерьте $B_z(x, 0)$ вблизи поверхности полоски, как функцию от x , и постройте график измерений.

v) (2,5 p) Обозначим через J_s насыщенную намагниченность материала полоски; оцените значение $J_s \mu_0$ (это, грубо говоря, самое сильное магнитное поле B , которое ферромагнетик может нести).

vi) (1,5 p) Докажите экспериментально, что при малых значениях x намагниченность внутри полоски достигает насыщения.

6. ЛАЙФХАКИ (6 p) — Jurij Bajc and Jaan Kalda.

Нормальный здоровый глаз способен видеть предмет, если предмет находится на расстоянии от 25,0 см до бесконечности от глаза. Близорукий глаз также хорошо видит с помощью контактной линзы с оптической силой $-6,00$ диоптрий.

i) (1 p) Каков диапазон расстояний для четкого зрения близорукого глаза без контактной линзы?

ii) (2 p) Если человек использует очки вместо контактных линз, и линза в очках находится на расстоянии 2,00 см от глаза, какова разумная оптическая сила линзы, чтобы близорукий глаз мог нормально видеть?

iii) (3 p) Переднеприводный автомобиль может устойчиво держаться на наклонной асфальтированной дороге с блокировкой всех четырех колес тормозами при угле наклона дороги не более 45 градусов, и может подниматься в гору при угле наклона дороги не более 22 градусов. При каком максимальном угле наклона дороги автомобиль может двигаться в гору задним ходом? Предположим, что центр тяжести автомобиля равноудален от передних и задних колес.

7. ЭЛЕКТРОНЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ (9 p) — Kaarel Hänni, Jaan Kalda.

Рассмотрим два электрона (массой m и зарядом $-e$), движущимися в однородном магнитном поле индукции B так, что расстояние между двумя электронами всегда остается постоянным; разные подзадачи исследуют разные возможности.

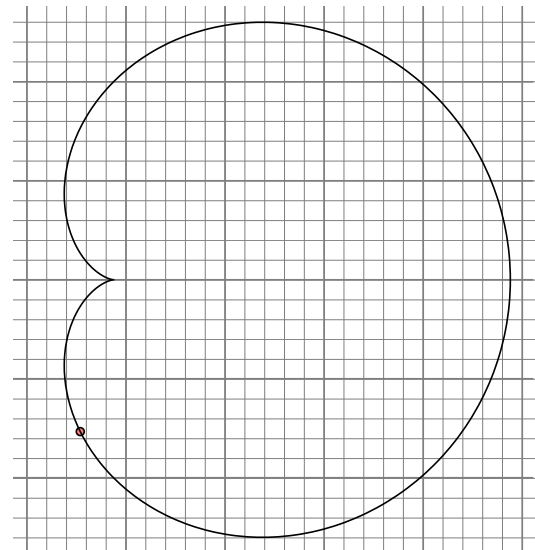
i) (2 p) Расстояние между электронами настолько велико, что их электростатическим отталкиванием можно пренебречь. В некоторый момент угол между векторами скоростей электронов равен $\alpha \neq 0$, и один из них движется в направлении другого со скоростью v . Нарисуйте траектории обоих электронов. Какова скорость другого электрона?

ii) (1 p) Электростатическим отталкива-

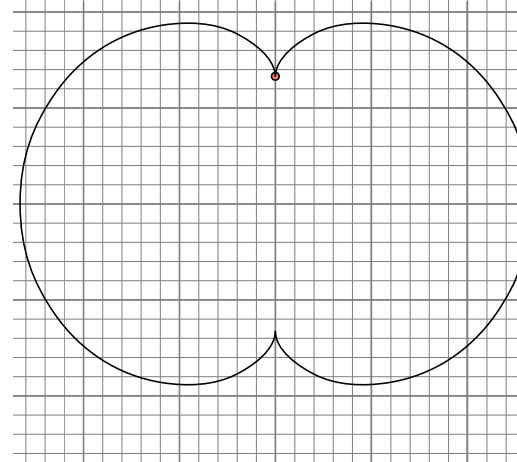
нием по-прежнему можно пренебречь. Теперь траектории двух электронов пересекаются, и в некоторый момент скорость одного из них равна \vec{v} . Что можно сказать о скорости другого электрона в тот же момент? Нарисуйте обе траектории.

iii) (2 p) Каково расстояние l между электронами, если они оба совершают периодическое движение с периодом $\frac{6\pi m}{Be}$, двигаясь с постоянной скоростью?

iv) (2 p) На рисунке ниже изображена траектория одного из электронов для определенных начальных условий. Где находится другой электрон в тот момент, когда первый электрон находится в положении маленького круга? Каков период этого движения?



v) (2 p) На рисунке ниже изображена траектория одного из электронов для определенных начальных условий. Какова скорость другого электрона в тот момент, когда первый электрон находится в положении маленького круга?



8. ЯРКОСТЬ ПЛАНЕТ (9 p) — Topi Löytäinen, Jaan Kalda.

В этой задаче периоды времени измеряются в годах (y - years), а расстояния измеряются в астрономических единицах (au); расстояние от Земли до Солнца равно $R_{\oplus} = 1$ au. Предполагается, что планеты и Луна движутся в одной плоскости, по эклиптике, по круговым орбитам в одном направлении. Расстояние Венеры от Солнца равно $R_{\odot} = 0,72$ au, а расстояние Марса от Солнца равно $R_{\oplus} = 1,5$ au. В некоторых частях ниже вам нужно будет предположить, что планеты являются так называемыми ламбертовскими рассеивателями, т.е. когда вы можете видеть полный диск планеты, освещенный солнечным светом, средние части диска кажутся такими же яркими, как и крайние части диска. На протяжении всей задачи предположим, что наблюдатель находится в Таллине в географических координатах $59,5^\circ$ северной широты и $24,7^\circ$ восточной долготы. Земная ось наклонена на $23,5^\circ$ относительно нормали к плоскости эклиптики.

- i)** (0,7 p) Когда можно увидеть растущий полумесяц? Выберите один или несколько вариантов (A, B и/или C) и объясните свой ответ диаграммой, изображающей Солнце, Луну и Землю. Выберите из вариантов
A: сразу после заката;
B: в полночь;
C: непосредственно перед рассветом.
- ii)** (1,2 p) Каков максимальный угол над го-

ризонтом полной луны во время зимнего солнцестояния в Таллине?

iii) (1,2 p) Кажущаяся яркость (освещенность на Земле, т.е. плотность светового потока) планет может изменяться в широком диапазоне значений. Во сколько раз различается видимая яркость Марса в зависимости от того, когда он находится ближе всего и дальше всего от Земли?

iv) (1,2 p) Каков период времени на Земле между моментами, когда Марс находится ближе всего к Земле и дальше всего?

v) (1,2 p) С осени до весны Венеру нельзя увидеть в полночь. Как максимально долго можно её увидеть после захода солнца?

vi) (2,5 p) Выразите нормализованную видимую яркость I/I_0 как функцию R_{\oplus} , R_{\odot} и расстояния L от Земли до Венеры. Здесь константа нормализации I_0 может быть выбрана произвольно. I/I_0 должно быть многочленом от L^{-1} .

vii) (1 p) Найдите расстояние $L = L_0$, когда видимая яркость Венеры максимальна, и угловое расстояние между Венерой и Солнцем в этот момент.

9. МАГНИТ В СТЕКЛЕ (12 p) — Jaan Kalda, Eero Uustalu.

Оборудование Прозрачный цилиндр с цилиндрическим постоянным магнитом внутри и крышками из фольги, закрывающими его верх и низ; сплошной цилиндр из однородного материала; штангенциркуль; две доски (из которых можно соорудить наклон, по которому цилиндры могут скатываться); два кирпича (для крепления и корректировки углов наклона); ящик для ловли катящихся цилиндров; линейка – её можно также использовать для разблокировки цилиндров; перманентный маркер – только для нанесения отметок на цилиндры, когда необходимо очистить маркировку, попросите организатора; карандаш для отметок на досках; **NB! стеклянный цилиндр с магнитом хрупкий и дорогой, обращайтесь с ним осторожно и не роняйте его на пол.** Во всех пунктах стремитесь к максимально возможной точности. Вы будете получать баллы как за шаги, которые вы предпримете для повышения точности, так и за точность ваших результатов.

i) (1 p) Максимально точно определите высоту магнита и оцените погрешность вашего результата.

ii) (3 p) Ускорение, с которым цилиндр катится по склону, зависит от угла наклона и от отношения $\kappa = I_0/MR^2$, где I_0 — его

момент инерции относительно оси, M — его масса и R — его радиус. Определите отношение κ для стеклянного цилиндра с магнитом внутри.

iii) (2,5 p) Определить диаметр магнита. ~~Найдите способ~~: найдите способ определить его, не зная коэффициента преломления

стекла.

iv) (2,5 p) Обратите внимание, что прозрачная часть цилиндра на самом деле сделана из двух разных материалов: коэффициент преломления центральной части n_c немного отличается от коэффициента преломления внешней части ци-

линдра n_o (центральная часть имеет тот же диаметр, что и постоянный магнит). Определить коэффициент преломления n_o и оценить погрешность результата.

v) (3 p) Определить коэффициент преломления n_c .