

## Суперпозиция колебаний

Приборы и оборудование: штатив, сложный маятник, линейка 30 см, секундомер электронный.

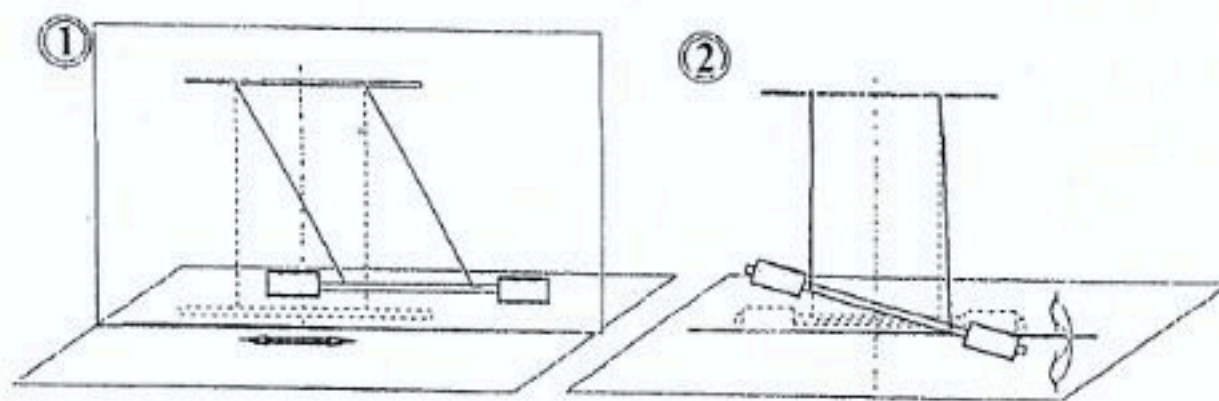
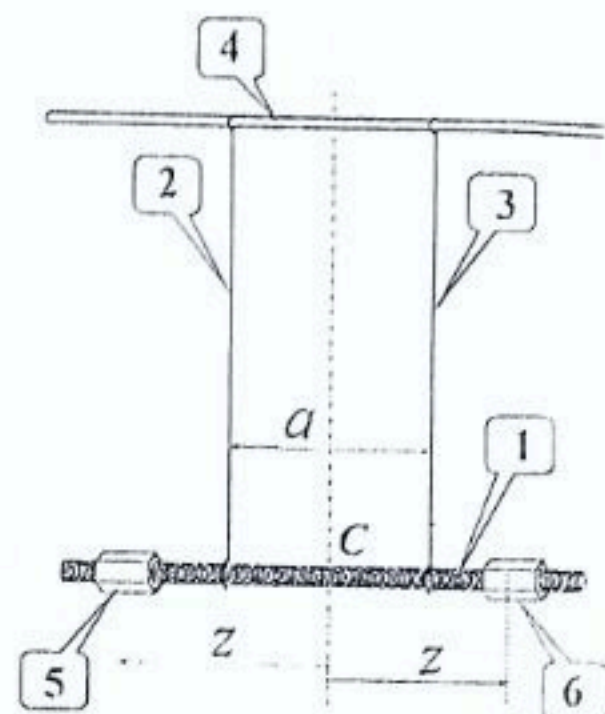
Колебательная система представляет собой крутильный маятник, который состоит из металлического стержня 1 с резьбой, подвешенного на двух нитях 2 и 3 одинаковой длины, нити привязаны к горизонтальному стержню 4, закрепленному в лапке штатива. На подвижном стержне 1 располагаются две удлиненные гайки 5 и 6, которые можно перемещать по стержню.

Во всех экспериментах длины нитей должны оставаться неизменными, а сами они должны быть строго вертикальны в состоянии равновесия и располагаться симметрично относительно центра стержня  $C$ . Расстояние между нитями обозначим  $a$ .

Гайки должны располагаться симметрично относительно центра стержня. Положение гаек определяется расстоянием  $z$  от центра стержня до середины гайки. Для точного расположения гаек рекомендуется использовать резьбу стержня, шаг которой равен 1,0 мм. Для удобства одна из граней гайки заклеена полоской бумаги, на которой отмечена ее середина, так что при повороте гайки на один оборот она смещается по стержню на расстояние 1,0 мм.

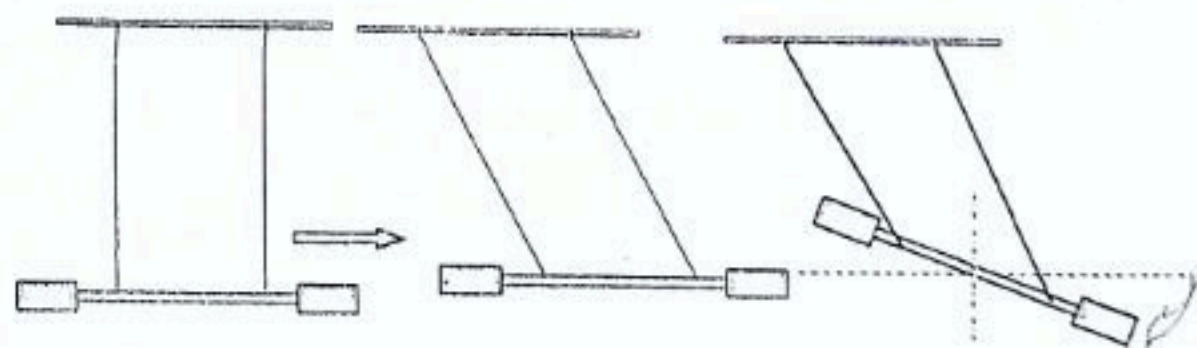
В работе Вам необходимо исследовать два типа колебаний стержня:

- продольные колебания (1 на рисунке ниже), при которых стержень и нити все время движутся в одной вертикальной плоскости;
- крутильные колебания (2 на рисунке ниже), при которых стержень вращается вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через центр стержня.



Если отклонить стержень в вертикальной плоскости и его отпустить, то он будет совершать продольные колебания. Если стержень повернуть на некоторый угол вокруг вертикальной оси и отпустить, то он будет совершать крутильные колебания.

Кроме того, в работе Вам предлагается изучить суперпозицию продольных и крутильных колебаний, которые можно возбудить смещением стержня вдоль своей оси и его поворотом на некоторый угол относительно вертикальной оси. Назовем такие колебания смешанными.



Для удобства закрепите маятник в штативе так, чтобы стержень двигался в непосредственной близости от поверхности стола. Положите на стол лист бумаги, на которой нарисуйте прямую линию, вдоль которой располагается стержень в положении равновесия. При продольных колебаниях стержень должен двигаться вдоль этой прямой, при крутильных колебаниях центр стержня должен располагаться на одной вертикали.

В ходе экспериментов углы отклонения нитей от вертикали при продольных колебаниях и углы поворота стержня при крутильных колебаниях должны лежать в диапазоне  $20^\circ - 30^\circ$ .

Успешное выполнение данного задания требует высокой точности измерений, поэтому будьте предельно внимательны и аккуратны! Стержень освобождайте без дополнительного толчка!

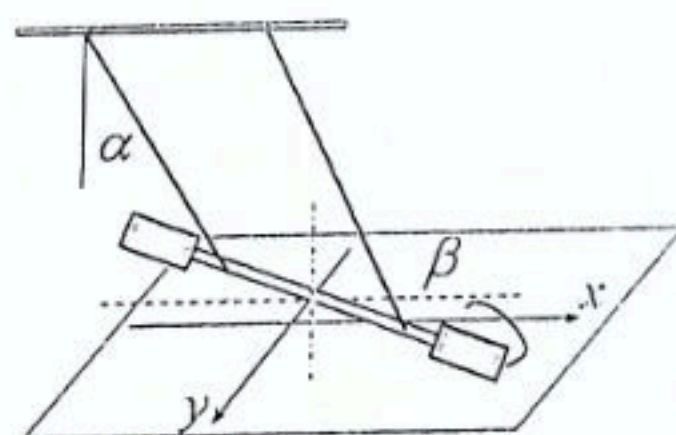
### Часть 1. Наблюдение эффекта и его теоретическое описание.

Расположите нити на расстоянии  $a = 20$  см, их длины должны примерно составлять  $L = 45$  см, а гайки размещаться на концах подвижного стержня. Возбудите смешанные колебания стержня и внимательно наблюдайте за движением одного из его концов. Так как при выбранных параметрах системы частоты продольных и крутильных колебаний близки, то форма траектории конца стержня медленно и закономерно изменяется, периодически возвращаясь к начальной. Назовем процесс последовательного восстановления исходной формы траектории циклом, соответствующее время – временем цикла  $T_C$ , а число соответствующих ему полных продольных колебаний как  $N_C$ .

1.1 Нарисуйте несколько последовательных характерных форм траекторий конца стержня за один цикл.

На горизонтальной плоскости введем систему координат: ось  $x$  направим вдоль стержня в положении его равновесия, ось  $y$  – перпендикулярно ей, а начало отсчета поместим под центром стержня в положении его равновесия.

Обозначим угол отклонения нитей при продольных колебаниях  $\alpha$ , угол поворота стержня при крутильных колебаниях  $\beta$ , период продольных колебаний –  $T_0$ , период крутильных колебаний –  $T_1$ , длину нитей –  $L$ , а длину стержня –  $l$ .



1.2 Запишите точные зависимости координат конца стержня  $x(t)$  и  $y(t)$  от времени  $t$ , а затем получите соответствующие приближенные выражения для условий данного эксперимента.

1.3 В рамках предлагаемой модели, получите формулу для периода цикла  $T_C$ , выразив его через периоды продольных  $T_0$  и крутильных  $T_1$  колебаний.

1.4 Запишите формулу для числа продольных колебаний в цикле  $N_C$ , выразив его через периоды  $T_0$  и  $T_1$ .

### Часть 2. Продольные колебания.

2.1 Измерьте с минимальной погрешностью период продольных колебаний  $T_0$ . Рассчитайте приборную, случайную и полную погрешность измеренного значения периода  $\Delta T_0$ .

### Часть 3. Крутильные колебания.

Период крутильных колебаний может быть описан формулой:

$$\frac{T_1}{T_0} = a^q F(z), \quad (1)$$

где  $z$  – расстояние от центра подвижного стержня до центров гаек, а  $F(z)$  – некоторая функция, зависящая только от  $z$ .

3.1 Проведите измерения зависимости периода крутильных колебаний  $T_1$  от расстояния между нитями  $a$ , постройте график полученной зависимости. Измерения проведите, когда гайки находятся на концах стержня при  $z = 17$  см.

3.2 На основании экспериментальных данных докажите справедливость формулы (1) и определите показатель степени  $q$ . Оценка погрешности в данном пункте не требуется.

Можно показать, что функция  $F(z)$  в формуле (1) имеет вид

$$F(z) = \sqrt{A + Bz^2}, \quad (2)$$

где  $A, B$  – некоторые постоянные величины, не зависящие от параметров  $a$  и  $z$ .

3.3 Закрепите нити подвеса на расстоянии  $a = 10$  см. Проведите измерения периода крутильных колебаний от положения гаек  $z$ . Постройте график полученной зависимости. Проводить измерения, когда гайки находятся ближе к центру стержня чем нити нитями, не требуется.

3.4 Докажите применимость формулы (2) для описания ваших экспериментов.

3.5 Рассчитайте значения коэффициентов  $A, B$  и оцените их погрешности. Обратите внимание на то, что величины  $a, z$  должны измеряться в сантиметрах.

#### Часть 4. Смешанные колебания.

Расположите нити на расстоянии  $a = 20$  см. Исследуйте смешанные колебания, описанные в Части 1, при различных положениях гаек с  $z > 10$  см.

4.1 Измерьте зависимость числа продольных колебаний в цикле  $N_C$  от положения гаек  $z$ . Возможно, что не для всех значений  $z$  вам удастся это сделать!

4.2 На основании результатов частей 2 и 3 рассчитайте периоды крутильных колебаний для всех значений  $z$ , при которых были проведены измерения в п. 4.1.

4.3 Представьте результаты измерений в такой графической форме, чтобы они подтверждали справедливость формулы для величины  $N_C$ , полученной в части 1.