

Пружины нулевой длины и "слинки" (10 баллов)

Пружина эффективной нулевой длины (ПНД) это пружина, у которой сила пропорциональна длине пружины: $F = kL$ для $L > L_0$, где L_0 – минимальная длина (длина нерастянутой пружины). На рис. 1 показана зависимость силы F от длины L для ПНД, где наклон графика есть жесткость пружины k , и L_0 – длина покоящейся и не растянутой пружины.

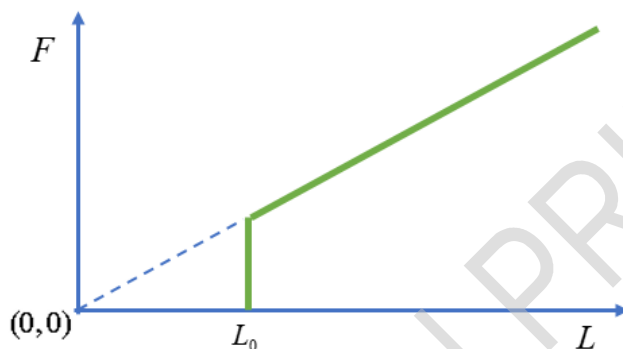


Рис. 1: зависимость силы F от длины пружины L

ПНД используются в сейсмографии и позволяют очень точно измерять изменения в ускорении свободного падения g . Здесь и далее мы рассматриваем однородную ПНД, у которой вес Mg превышает kL_0 . Введём безразмерный коэффициент $\alpha = kL_0/Mg < 1$ для характеристики относительной жесткости пружины. Примером такой ПНД может являться игрушка-пружинка "слинки" (но не обязательно).

Часть А: Статика (3.0 балла)

A.1 Рассмотрим кусочек длиной $\Delta\ell$ нерастянутой ПНД. Пружину растянули силой F в условиях невесомости. Какова длина Δy этого кусочка в зависимости от силы F и параметров пружины? 0.5pt

A.2 Для кусочка длиной $\Delta\ell$ вычислите работу ΔW , необходимую для растяжения от длины $\Delta\ell$ до длины Δy . 0.5pt

Далее в этой задаче мы будем обозначать точки пружины через расстояние l ($0 \leq l \leq L_0$), которое измеряется от низа пружины когда она не растянута. Таким образом, для любой точки пружины значение l остаётся неизменным при растяжении пружины.

A.3 Предположим, что мы удерживаем пружину за верхний конец так, что пружина растягивается под собственным весом. Определите полную длину H растянутой пружины в положении равновесия. Выразите ответ через L_0 и α . 2.0pt

Часть В: Динамика (5.5 баллов)

Проведём следующий эксперимент. Пружина подвешена за верхний конец и находится в покое. В некоторый момент пружину отпускают, и она начинает сжиматься, причем, сжатие происходит

постепенно, сверху вниз, и нижний конец остаётся неподвижным (рис. 2). С течением времени сжатая часть движется как твердое тело и собирает остальные витки пружины, а неподвижная часть становится короче. Каждая точка пружины начинает движение только тогда, когда движущаяся часть достигнет этой точки. Нижний конец пружины начинает движение только тогда, когда пружина полностью сожмется и приобретёт длину L_0 . После этого, сжатая пружина падает как твердое тело в поле тяжести.

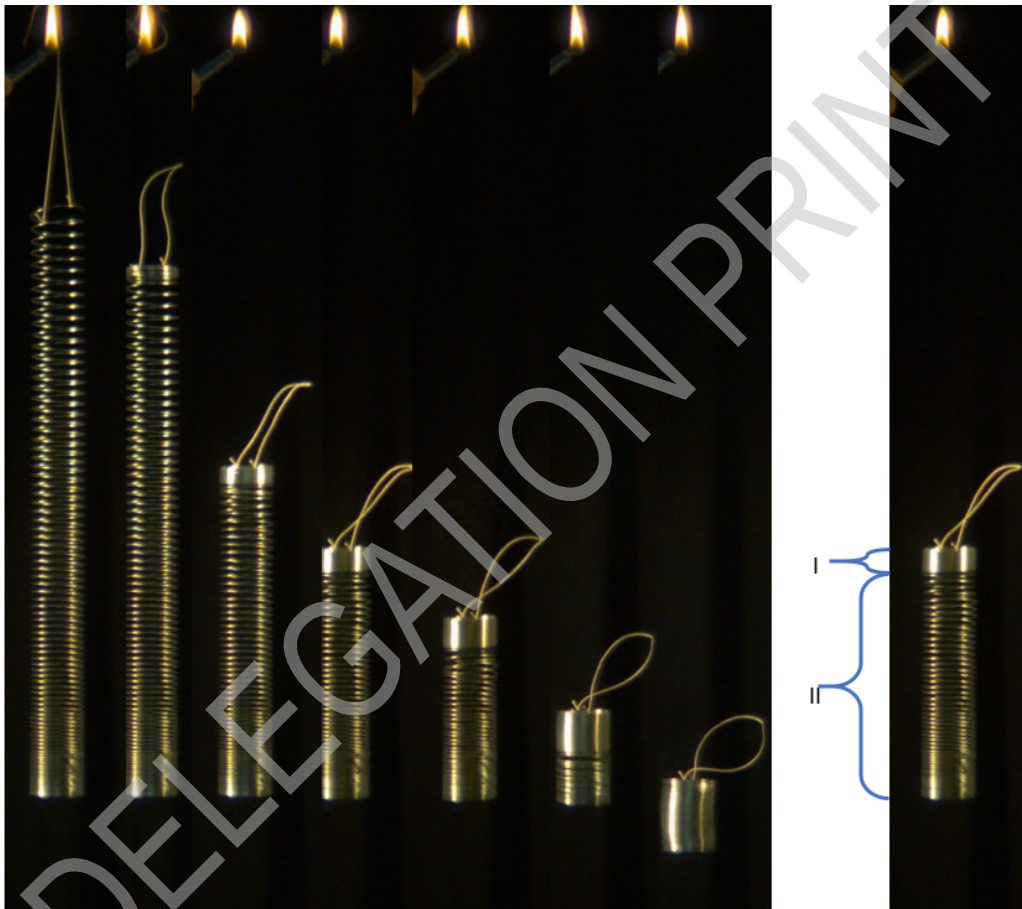


Рис. 2: Слева: последовательность кадров, сделанная в ходе падения пружинки. Справа: движущаяся часть I и неподвижная часть II при свободном падении пружины.

В последующих частях задачи вам необходимо использовать описанную выше модель. Сопротивлением воздуха можно пренебречь, однако, вам запрещено пренебрегать L_0 .

- В.1** Найдите время t_c , которое пройдёт с момента отпускания пружины до сжатия пружины в минимальную длину L_0 . Выразите ответ через L_0 , g и α . 2.5pt
 Посчитайте числовое значение t_c для пружины с параметрами $k = 1.02$ Н/м, $L_0 = 0.055$ м и $M = 0.201$ кг, считайте, что $g = 9.80$ м/с².



B.2 В этой части ℓ обозначает координату границы между частью I (рис. 2, движущаяся часть) и частью II (неподвижная часть). В некоторый момент времени, пока существует неподвижная часть массой $m(\ell) = \frac{\ell}{L_0} M$, подвижная часть движется с мгновенной скоростью $v_I(\ell)$. Покажите, что для этого момента времени (когда существует неподвижная часть) скорость движущейся части описывается выражением $v_I(\ell) = \sqrt{A\ell + B}$. Выразите константы A и B через L_0 , g и α . 2.5pt

B.3 Используя пункт B.2, найдите минимальную скорость v_{\min} движущейся части пружины в ходе движения: от отпускания до падения пружины на землю. Выразите ответ через L_0 , α , A и B . 0.5pt

Часть C: Энергетическая (1.5 балла)

C.1 Найдите механическую энергию Q , которая была потеряна и перешла в тепло, начиная с момента отпускания пружины и до момента прямо перед касанием пружиной земли. Выразите ответ через L_0 , M , g и α . 1.5pt

DELEGATION PRINT

Микроволновая печь (10 баллов)

В данной задаче обсуждается получение микроволнового излучения в микроволновой печи и его использование для подогрева еды. Микроволновое излучение генерируется устройством, называемым "магнетрон". В части А обсуждается работа магнетрона, а в части В - поглощение микроволнового излучения нагреваемой едой.

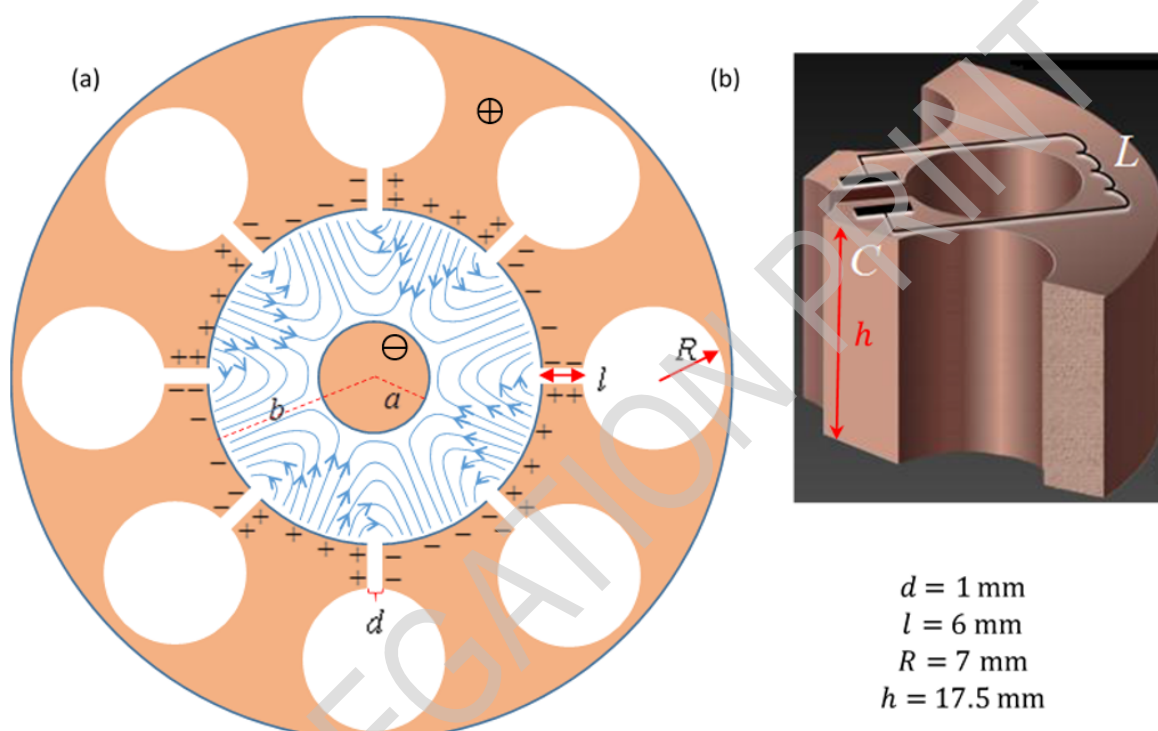


Рис. 1

Часть А. Структура и принцип работы магнетрона (6.6 баллов)

Магнетрон представляет собой устройство для создания импульсного (в радиолокации) или непрерывного микроволнового излучения (в микроволновой печи). Магнетрон может работать в режиме самоусиливающихся колебаний. Если на магнетрон подать постоянное (не переменное) напряжение, то этот режим устанавливается очень быстро.

Магнетрон в микроволновке представляет собой медный цилиндрический катод (радиуса a) и окружающий его анод (радиуса b). Анод – это толстый цилиндрический слой, в котором просверлены цилиндрические полости. Эти полости называются резонаторами. Один из резонаторов соединен с антенной, с помощью которой излучение испускается (в задаче антенной можно пренебречь). Считайте, что магнетрон находится в вакууме. В задаче рассматривается магнетрон с 8 (восемью) резонаторами (рис. 1а). На трёхмерной модели (рис.1б) можно видеть, что каждая из восьми полостей ведет себя как LC -резонатор с рабочей частотой $f = 2.45 \text{ ГГц}$.

Магнетрон находится в постоянном однородном магнитном поле, направленном вдоль его оси (из страницы "к нам" (рис. 1а)). Постоянное напряжение приложено между анодом (положительный потенциал) и катодом (отрицательный потенциал). Электроны вылетают с катода, достигают анода и заряжают его. В результате возбуждается мода колебаний, в которой знаки зарядов соседних



резонаторов противоположны. В результате между катодом и анодом (вдобавок к постоянному полю) создается переменное электрическое поле с частотой $f = 2.45$ ГГц (синие линии на рис. 1а). В стационарном режиме амплитуда колебаний напряженности переменного электрического поля составляет $\frac{1}{3}$ напряженности постоянного поля. На движение электронов влияют обе составляющие электрического поля. В процессе движения электроны приобретают некоторую энергию от постоянного поля. Электроны, достигающие анода, отдают около 80% этой энергии переменному полю. Небольшая часть вылетевших электронов возвращаются на катод и выбивают дополнительные электроны, которые в свою очередь увеличивают переменное поле.

Каждый резонатор можно рассматривать как конденсатор и катушку (рис. 1б). Емкость представлена главным образом плоскими частями поверхности резонатора, индуктивность - цилиндрическими частями. Считайте, что ток в резонаторе течет очень близко к поверхности цилиндрической полости, а создаваемое им магнитное поле составляет 0.6 величины поля идеального бесконечного соленоида. Геометрические размеры резонатора приведены на рис. 1б. Физические постоянные $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м и $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м считайте заданными.

- A.1** Рассчитайте частоту одиночного резонатора f_{est} по параметрам, заданным выше. 0.4pt
Ваш ответ может отличаться от **реального** значения $f = 2.45$ ГГц. В дальнейшем используйте только реальное значение частоты.

В пункте A2 рассматриваются вспомогательные аспекты движения электрона (не в магнетроне).

Рассмотрим электрон, который движется в однородном электрическом поле, направленном против оси y , т.е. $\vec{E} = -E_0\hat{y}$, и однородном магнитном поле, направленном вдоль оси z , т.е. $\vec{B} = B_0\hat{z}$. E_0 и B_0 — положительные постоянные. Скорость электрона в момент времени t равна $\vec{u}(t)$. Скорость дрейфа \vec{u}_D электрона — это его средняя скорость движения.

- A.2** Найдите \vec{u}_D для двух случаев, описанных ниже. Нарисуйте в листе ответов траектории движения электронов (в лабораторной системе отсчета) в течение интервала времени $0 \leq t \leq \frac{4\pi m}{eB_0}$, если
1. в момент времени $t = 0$ скорость электрона равна $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$,
 2. в момент времени $t = 0$ скорость электрона равна $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$.

Вернемся теперь к обсуждению магнетрона. Расстояние между катодом и анодом 15 мм. Пусть также из-за описанных потерь энергии максимальная кинетическая энергия электрона не превышает $K_{\text{max}} = 800$ эВ. Индукция постоянного магнитного поля $B_0 = 0.3$ Тл. Масса и заряд электрона равны $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг и $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл соответственно.

- A.3** Рассмотрим электрон в системе отсчета, в которой его движение можно приближенно считать движением по окружности. 0.4pt
Оцените численно радиус r этой окружности. Систему отсчета считать инерциальной.

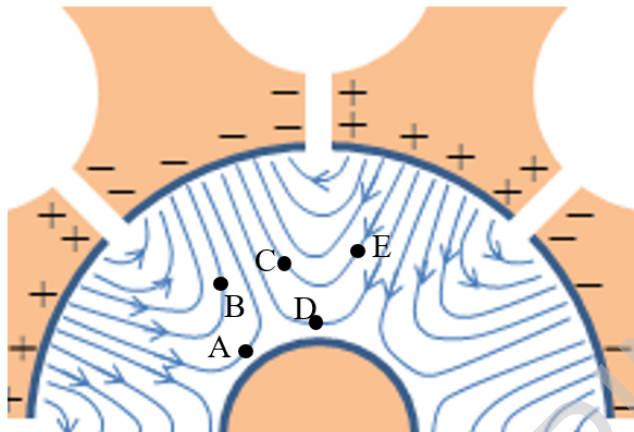


Рис. 2

На рисунке 2 изображены силовые линии переменного электрического поля между анодом и катодом в некоторый момент времени (силовые линии постоянного поля не показаны). Положения пяти электронов в этот момент времени обозначены A , B , C , D и E .

- A.4** Укажите в листе ответов, какие из этих электронов дрейфуют в сторону анода, какие в сторону катода, а какие дрейфуют в направлении перпендикулярном радиусу в этот момент времени. 1.2pt

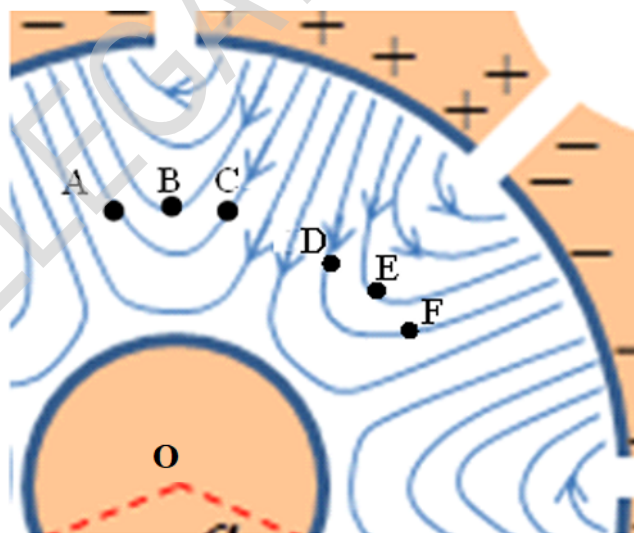


Рис. 3

На рисунке 3 изображены силовые линии переменного электрического поля между анодом и катодом в некоторый момент времени (силовые линии постоянного поля не показаны). Положения шести электронов в этот момент времени обозначены A , B , C , D , E и F . Все электроны расположены на одинаковом расстоянии от катода.

- A.5** Рассмотрим пары электронов AB, AC, BC, DE, DF, EF . Их относительное движение можно описать изменением угла «электрон-центр катода-электрон». Для каждой из пар укажите, как будет влиять дрейф на этот угол. Будет ли угол увеличиваться или уменьшаться в этот момент времени? 1.2pt

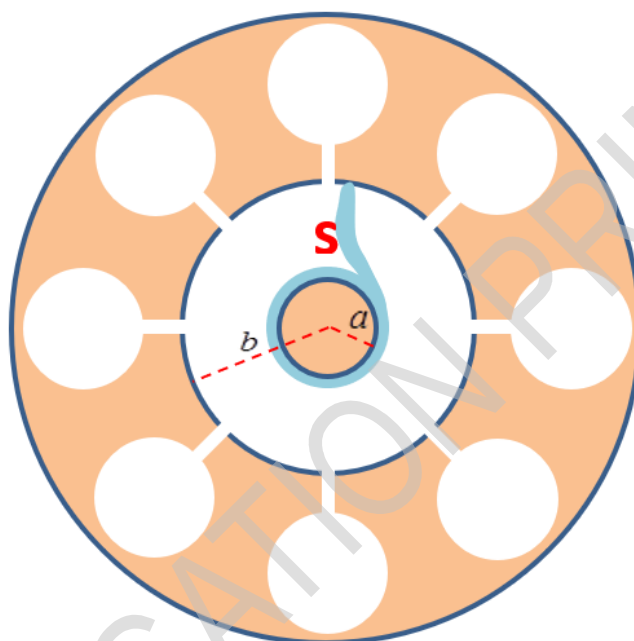


Рис. 4

Поведение системы, которое вы обнаружили в пункте А5, представляет собой механизм фокусировки. Электроны концентрируются в пространстве между катодом и анодом в сгустки. Назовём такие сгустки "спицами". Одна из спиц показана на рисунке 4 и обозначена S .

- A.6** Нарисуйте в листе ответов остальные спицы в этот момент времени. Стрелками укажите направление их вращения. Вычислите их среднюю угловую скорость ω_s . 0.8pt

Пусть полная напряженность электрического поля на середине расстояния между анодом и катодом равна среднему значению напряженности постоянного поля. Считайте, что спицы направлены радиально. Радиусы анода и катода равны b и a соответственно (рис. 4).

- A.7** Оцените, какое постоянное напряжение V_0 нужно, чтобы магнетрон работал в режиме, описанном в этой части задачи. (Найденное выражение будет соответствовать минимальному значению напряжения; оптимальное напряжение несколько выше.) 1.1pt

Часть В. Взаимодействие микроволнового излучения с молекулами воды (3.4 балла)

В этой части задачи обсуждается нагрев еды с помощью микроволнового излучения.



Электрический диполь представляет собой два одинаковых по модулю и противоположных по знаку заряда q и $-q$, расположенных на небольшом расстоянии d друг от друга. Вектор дипольного момента направлен от отрицательного заряда к положительному, а его модуль равен $p = qd$.

Пусть одиночный диполь $\vec{p}(t)$ помещен в переменное электрическое поле $\vec{E}(t) = E(t)\hat{x}$. Модуль дипольного момента постоянен, т.е. $p_0 = |\vec{p}(t)|$. Угол между векторами дипольного момента и напряженности поля равен $\theta(t)$.

- B.1** Найдите модуль момента сил $\tau(t)$, действующих на диполь со стороны поля. Найдите мгновенную мощность $H_i(t)$, сообщаемую диполю. Запишите их с помощью величин p_0 , $E(t)$, $\theta(t)$ и их производных. 0.5pt

Молекулы воды можно представить электрическими диполями. Из-за сильных водородных связей между молекулами воды в жидкости нельзя считать воду совокупностью независимых диполей. Таким образом необходимо использовать вектор поляризации $\vec{P}(t)$, который равен среднему дипольному моменту единицы объема вещества. Вектор поляризации $\vec{P}(t)$ направлен параллельно вектору напряженности локально приложенного переменного электрического поля (излучения) $\vec{E}(t)$. Также он осциллирует во времени с амплитудой, пропорциональной амплитуде напряженности электрического поля, но с фазовым сдвигом δ .

Локальное электрическое поле в некоторой точке нагреваемой воды равно $\vec{E}(t) = E_0 \sin(\omega t)\hat{x}$, где $\omega = 2\pi f$, поляризует воду $\vec{P}(t) = \beta \varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t - \delta)\hat{x}$, где безразмерная постоянная β определяется свойствами воды.

- B.2** Найдите усредненную по времени мощность $\langle H(t) \rangle$, поглощаемую единицей объема воды. Усреднение по времени периодической величины $f(t)$ за период T определяется как 0.5pt

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt. \quad (1)$$

Относительная диэлектрическая проницаемость воды (на обсуждаемых частотах) равна ε_r , соответствующий показатель преломления воды равен $n = \sqrt{\varepsilon_r}$. Мгновенная плотность энергии электрического поля равна $\frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0 E^2$. Усредненные по времени плотности энергии электрического и магнитного поля равны.

- B.3** Обозначим усредненную по времени плотность потока энергии излучения $I(z)$ (средняя мощность излучения проходящая через единицу площади). Здесь z — это глубина проникновения излучения в воду (излучение распространяется вдоль оси z). Найдите зависимость $I(z)$. В вашем ответе может фигурировать плотность потока энергии на поверхности воды $I(0)$. 1.1pt

Фазовый сдвиг δ — результат взаимодействия между молекулами воды. Он зависит от безразмерных величин ε_ℓ (характеризующая диссипацию) и ε_r (диэлектрическая проницаемость). Обе величины зависят от частоты излучения ω и температуры.

Формула для фазового сдвига $\text{tg } \delta = \varepsilon_\ell / \varepsilon_r$. Когда δ достаточно мала, электрическое поле на глубине

z рассчитывается следующим образом:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2} n k_0 z \tan \delta} \sin(n k_0 z - \omega t) \quad (2)$$

где $k_0 = \omega/c$ и $c = 3.0 \cdot 10^8$ м/с - скорость света в вакууме.

В.4 В приближении $\tan \delta \approx \sin \delta$ найдите значение коэффициента β , определенного в пункте В2. Ответ выразите через заданные выше величины. 0.6pt

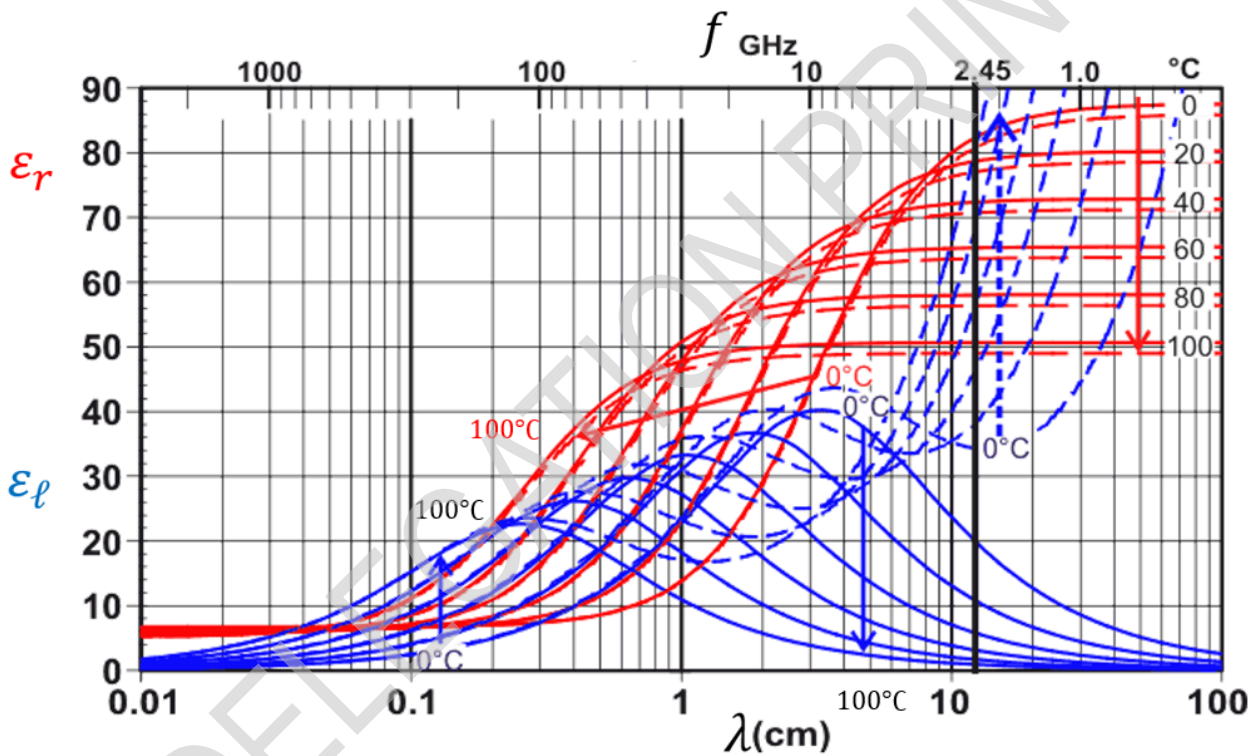


Рис. 5

На рисунке 5 изображены зависимости ϵ_l (синие линии) и ϵ_r (красные линии) для чистой (сплошные линии) и соленой (пунктирные линии) воды. Зависимости указанных величин от частоты приведены для разных температур. Обсуждаемая в задаче угловая частота $\omega = 2\pi \cdot 2.45 \cdot 10^9$ 1/с отмечена жирной черной вертикальной линией. Далее мы рассматриваем излучение только на этой частоте.



B.5 По данным на рисунке 5 ответьте на следующие вопросы:

0.7pt

1. Найдите глубину проникновения $z_{1/2}$ в воду при температуре 20°C . Под глубиной проникновения здесь понимается такое расстояние, на котором поглощаемая мощность в единице объема уменьшается в два раза по сравнению с ее значением при $z = 0$
2. Укажите в листе ответов как меняется глубина проникновения микроволнового излучения в воде при изменении температуры. Она увеличивается, уменьшается или не изменяется при увеличении температуры?
3. Укажите в листе ответов как меняется глубина проникновения микроволнового излучения в соленой воде при изменении температуры. Она увеличивается, уменьшается или не изменяется при увеличении температуры?

DELEGATION PRINT

Термоакустический двигатель (10 баллов)

Термоакустический двигатель превращает тепловую энергию в механическую, а именно, в энергию звуковых волн. Как и другие тепловые машины, он может работать в обратном направлении, став холодильной машиной, т.е. с помощью звука передавать тепло от холодного тела к горячему. Т.к. двигатель функционирует на высокой частоте, теплопередача уменьшается, а также двигателю не требуется рабочая камера. В отличие от других двигателей, термоакустический двигатель не имеет движущихся частей, кроме рабочего тела.

К.п.д. термоакустического двигателя обычно ниже, чем у других двигателей, но они обладают рядом преимуществ при сборке, отладке и обслуживанию. В этой задаче мы рассмотрим генерацию звуковой энергии в системе.

Часть А. Звуковая волна в закрытой трубе (3.7 балла)

Рассмотрим теплоизолированную трубу длиной L и площадью поперечного сечения S . Ось трубы совпадает с осью x . Координаты концов трубы — $x = 0$ и $x = L$. Труба заполнена идеальным газом и закрыта с обоих концов. В равновесии температура газа T_0 , давление p_0 и плотность ρ_0 . Предполагается, что вязкость отсутствует, а движение газа происходит только вдоль оси x . Свойства газа однородны в направлениях y и z , перпендикулярных x .



Рис. 1

- A.1** Если образуется стоячая волна, элементы газа колеблются в направлении x с циклической частотой ω . Амплитуда колебаний зависит от положения равновесия x каждого элемента вдоль трубы. Продольное смещение каждого элемента газа от его положения в состоянии покоя x дается формулой

$$u(x, t) = a \sin(kx) \cos(\omega t) = u_1(x) \cos(\omega t) \quad (1)$$

(заметим, что u описывает смещение рассматриваемой порции газа)

Здесь $a \ll L$ - положительная постоянная, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число и λ - длина волны. Чему равна максимально возможная длина волны λ_{\max} ?

В этой задаче рассмотрим моду колебаний, соответствующую длине волны $\lambda = \lambda_{\max}$.

Рассмотрим частицу газа, находящуюся в состоянии покоя между x и $x + \Delta x$ ($\Delta x \ll L$). В результате волны смещения из задания А.1, порция газа колеблется вдоль оси x . При этом изменяется её объем и другие термодинамические характеристики.

В последующих заданиях считайте изменения всех термодинамических величин малыми по сравнению с равновесными значениями.

- A.2** Объем порции газа $V(x, t)$ колеблется около равновесного значения $V_0 = S\Delta x$ согласно формуле 0.5pt

$$V(x, t) = V_0 + V_1(x) \cos(\omega t). \quad (2)$$

Получите выражение для $V_1(x)$, выразив его через V_0 , a , k и x .

- A.3** Считайте, что отклонение давления от его равновесного значения из-за звуковой волны имеет вид 0.7pt

$$p(x, t) = p_0 - p_1(x) \cos(\omega t). \quad (3)$$

Рассматривая силы, действующие на порцию газа, вычислите амплитуду $p_1(x)$ колебаний давления, выразив ее через координату x , равновесную плотность ρ_0 , амплитуду смещения a и параметры волны k и ω .

При звуковых частотах теплопроводностью газа можно пренебречь. Будем считать процессы расширения и сжатия газа адиабатическими. То есть выполняется уравнение $pV^\gamma = \text{const}$, где γ — показатель адибаты.

- A.4** Используйте приведенное выше соотношение и результаты предыдущих пунктов, чтобы получить выражение для скорости звуковых волн $c = \omega/k$ в трубе. Выразите свой ответ через p_0 , ρ_0 и показатель адибаты γ . 0.3pt

- A.5** Изменение температуры газа в процессе адиабатического расширения и сжатия в результате воздействия звуковой волны имеет вид: 0.7pt

$$T(x, t) = T_0 - T_1(x) \cos(\omega t). \quad (4)$$

Вычислите амплитуду $T_1(x)$ колебаний температуры, выразив ее через T_0 , γ , a , k и x .

- A.6** Только в этом пункте рассмотрим слабое тепловое взаимодействие между трубой и газом. Таким образом, стоячая волна остается неизменной, но газ может обмениваться небольшим количеством тепла с трубой. Нагревом, обусловленным вязкостью, можно пренебречь. Для каждой точки на рис. 2 (A, C на концах трубы, B посередине) укажите, будет ли температура трубы увеличиваться, уменьшаться или не будет изменяться в течение длительного времени. 1.2pt

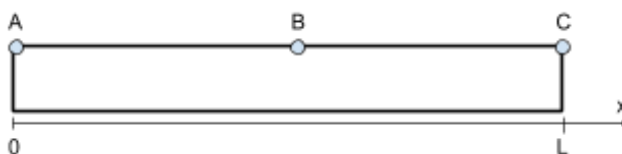


Рис. 2

Часть В. Усиление звуковой волны, вызванное внешним тепловым контактом (6.3 балла)

Стопка тонких твердых пластин установлена внутри трубы. Пластины в стопке установлены параллельно оси трубы, так что они не мешают потоку газа вдоль трубы. Середина стопки расположена на $x_0 = L/4$, ширина стопки $\ell \ll L$ вдоль оси трубы; стопка заполняет полностью сечение трубы. Левый край стопки находится на $x_H = x_0 - \ell/2$. С помощью внешнего теплового резервуара его температура поддерживается равной $T_H = T_0 + \tau/2$. В то же время, правый край стопки находится на $x_C = x_0 + \ell/2$, и его температура поддерживается равной $T_C = T_0 - \tau/2$.

Стопка пластин допускает продольный тепловой поток, поддерживающий постоянный градиент температуры между краями, так что $T_{\text{plate}}(x) = T_0 - \frac{x-x_0}{\ell}\tau$.

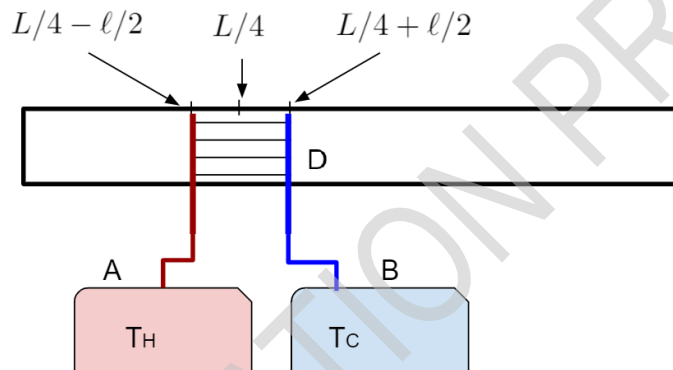


Рис. 3. Схема системы. (A) и (B) обозначают соответственно горячий и холодный тепловые резервуары. (D) - стопка пластин.

Для анализа влияния теплового контакта между стопкой пластин и газом на звуковые волны в трубе, предположим следующее:

- Все изменения термодинамических величин малы по сравнению с невозмущенными величинами.
- Система работает на основной моде стоячей волны при максимально возможной длине волны. Она очень слабо изменяется из-за наличия стопки пластин.
- Стопка пластин значительно короче длины волны $\ell \ll \lambda_{\text{max}}$ и может быть расположена достаточно далеко от узлов (нулей) смещения и давления, так что смещение $u(x, t) \approx u(x_0, t)$ и давление $p(x, t) \approx p(x_0, t)$ могут считаться постоянными по всей длине стопки.
- Краевыми эффектами, вызванными порциями газа, входящими в стопку пластин и выходящими из неё можно пренебречь.
- Разница температур между краями стопки пластин, т.е. между горячим и холодным резервуарами, мала по сравнению с абсолютной температурой: $\tau \ll T_0$.
- Перенос тепла теплопроводностью через газ, стопку пластин и ограничивающую трубу пренебрежимо мал по сравнению с конвекцией в газе и теплопередачей между газом и пластинами стопки.

- B.1** Рассмотрим конкретную частицу газа в районе стопки пластин, первоначально между $x_0 = L/4$ и $x_0 + \Delta x$. В ходе движения частицы внутри стопки пластин, местная температура, которую частица ощущает от рядом расположенной части стопки пластин изменяется следующим образом:

$$T_{\text{env}}(t) = T_0 - T_{\text{st}} \cos(\omega t). \quad (5)$$

Выразите T_{st} через a , τ и ℓ .

- B.2** Выше какой критической разницы температур τ_{cr} газ будет передавать тепло от горячего резервуара к холодному? Выразите τ_{cr} через T_0 , γ , k и ℓ .

- B.3** Получите приближенное выражение для потока тепла в частицу газа $\frac{dQ}{dt}$ как линейную функцию скоростей изменения объема и давления. Выразите свой ответ через скорость изменения объема $\frac{dV}{dt}$, скорость изменения давления $\frac{dp}{dt}$, невозмущенные равновесные значения давления и объема частицы газа p_0 , V_0 , и показатель адиабаты γ . (Вы можете использовать выражение для молярной теплоемкости при постоянном объеме $c_v = \frac{R}{\gamma-1}$, где R - газовая постоянная.)

Ограниченный тепловой поток между частицей газа и стопкой пластин приводит к сдвигу фаз между колебаниями давления и объема частицы газа. Мы увидим, как это приводит к появлению работы.

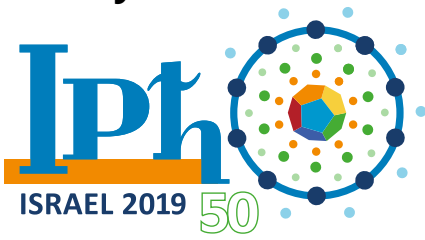
Пусть поток тепла между частицей газа и стопкой пластин пропорционален разнице температур между частицей газа и расположенным рядом элементом стопки пластин, приблизительно $\frac{dQ}{dt} = \beta V_0 (T_{\text{st}} - T_1) \cos(\omega t)$. Здесь T_1 и T_{st} - амплитуды колебаний температуры частицы газа и рядом расположенной стопки пластин из заданий A.5 и B.1, соответственно. Считайте, что при рабочих частотах двигателя, изменение температуры газа в результате этого теплового потока несущественно по сравнению как с T_1 , так и T_{st} .

- B.4** Для вычисления работы рассмотрим изменение объема движущейся порции газа в результате теплового контакта с стопкой пластин. Запишем давление и объем порции газа в виде:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_a \sin(\omega t) - p_b \cos(\omega t), \\ V &= V_0 + V_a \sin(\omega t) + V_b \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

При заданных p_a и p_b , найдите коэффициенты V_a и V_b . Выразите свой ответ через p_a , p_b , p_0 , V_0 , γ , τ , τ_{cr} , β , a и ℓ .

- B.5** Вычислите акустическую работу, отнесенную к единице объема w , произведенную частицей газа за один цикл. Проинтегрируйте по объему стопки пластин для получения полной мощности W_{tot} , генерируемой газом. Выразите W_{tot} через γ , τ , τ_{cr} , β , ω , a , k и S .



B.6 Получите выражение для тепла Q_{tot} , переданного за цикл от левого края пластины $x = x_0$ к правому краю. Выразите свой ответ через τ , τ_{cr} , β , ω , a , S , l .
(Подсказка: для потока тепла при конвекции Вы можете использовать формулу $j = Q \frac{du}{dt}$) 0.8pt

B.7 Определите к.п.д. термоакустического двигателя. К.п.д. определяется как отношение произведенной акустической работы к теплу, полученному из резервуара. Выразите свой ответ через разницу температур τ между горячим и холодным резервуарами, критическую разность температур τ_{cr} и к.п.д. цикла Карно $\eta_c = 1 - T_C/T_H$. 0.6pt

DELEGATION PRINT