Теоретическая задача 1
Частицы и Волны

Эта задача состоит из следующих трех частей, в которых рассматривается движения частиц и волн:

Часть A. Неупругое рассеяние частиц
Часть B. Волны на струне
Часть C. Волны в расширяющейся вселенной

Часть A. Неупругое Рассеяние и Составные Частицы

Частица считается **элементарной**, если у нее нет никаких внутренних легковозбуждаемых степеней свободы таких как, например, вращательные и колебательные движения вокруг центра масс. Иначе, частица считается составной.

Чтобы определить, является ли пробная частица составной, можно поставить эксперимент по рассеянию некоторой элементарной частицы на этой пробной частице в качестве частицы-мишени. В случае, если эта частица-мишень является составной, эксперимент по рассеянию, может обнаружить некоторые особенности, такие как *скейлинг*, то есть увеличение импульса рассеянной частицы, или независимость сечения рассеяния от импульса.

При рассеянии элементарной частицы на частице-мишени может произойти потеря полной кинетической энергии системы, которую мы обозначим через Q. Определим кинетическую энергию произвольной частицы, элементарной или составной, как кинетическую энергию движения ее центра масс. Таким образом, мы можем написать

$$Q = K_i - K_f,$$

где K_i и K_f - *полная* кинетическая энергия пары частиц до и после рассеяния соответственно.

В части A, используйте законы нерелятивистской классической механики, силой тяжести можно пренебречь.

(a) Как показано в рис.1, *элементарная* частица массой m движется вдоль оси x с x-компонентой импульса $p_1 > 0$. После рассеяния на частице-мишени массой M импульс налетающей частицы становится $\vec{p}_2$.

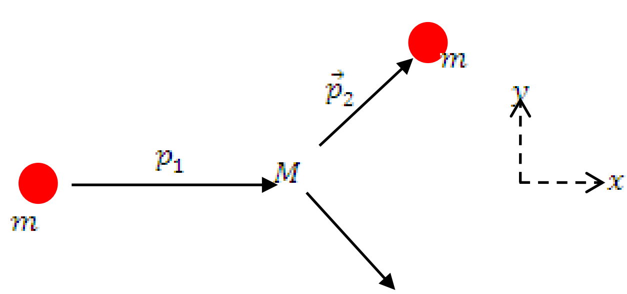


Рис. 1

Используя $\vec{p}_2$ можно определить является ли частица-мишень элементарной или составной. Предположим, что $\vec{p}_2$ лежит в плоскости $x-y$ и что $x-$ и $y-$ компоненты вектора $\vec{p}_2$ равны соответственно p_{2x} и p_{2y}.

(i) Найдите выражение для Q через m, M, p_1, p_{2x}, и p_{2y}. [0.2 балла]

(ii) Если частица-мишень является *элементарной*, то существует простое соотношение между p_1, p_{2x}, и p_{2y}.

Для фиксированного p_1, постройте кривую, выражающую связь между компонентами импульса рассеянной частицы в плоскости $p_{2x}-p_{2y}$. Определите точки пересечения этой кривой с осью p_{2x} и покажите их на том же рисунке. На этом же рисунке укажите области в плоскости $p_{2x}-p_{2y}$ соответствующие $Q<0, Q=0, Q>0$.

[0.7 балла]

Пусть теперь частица-мишень является составной, укажите возможные значения для Q.

[0.2 балла]

(b) Рассмотрим частицу-мишень, состоящую из двух элементарных частиц каждая массой $\frac{1}{2}M$. Пусть они связаны пружиной с пренебрежимо малой массой (см.рис. 2). Пружина имеет жесткость k и не сгибается по сторонам. В начале частица-мишень покоится, ее центр масс находится в точке O. Пружина наклонена под углом θ к оси x, недеформирована и имеет длину d_0. Для простоты предположим, что колебательные и вращательные движения возбуждаются только при рассеянии.

Падающая элементарная частицы массой m движется по вдоль оси x до и после ассеяния с импульсами p_1 и p_2 соответственно. Заметьте, что импульс p_2 отрицателен, так как частица отскакивает и двигается в обратном направлении. Рассеяние происходит только в том случае, если падающая частица ударяет одну из частиц мишени и $p_2 \neq p_1$. Считайте, что все три частицы двигаются в одной плоскости до и после рассеяния.

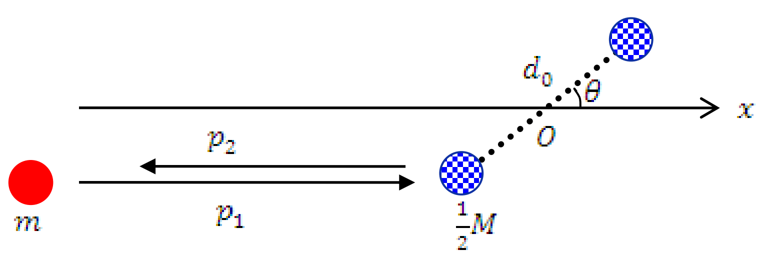


Рис. 2

(i) Обозначим максимальную длину пружины после рассеяния d_m. Найдите уравнение, которое связывает соотношение $x=(d_m-d_0)/d_0$ с величинами Q,θ,d_0,m,k,M,p_1 и p_2. [0.7 балла]

(ii) Пусть $\alpha=\sin^2\theta$. Пусть угол наклона θ мишени может меняться, Тогда сечение рассеяния σ представляет собой эффективную площадь сечения мишени в плоскости, перпендикулярной к направлению падающей частицы, при которых наблюдаются определенные значения p_2. Известно, что при фиксированном значении p_2 величина α меняется в некотором интервале $(\alpha_{\min},\alpha_{\max})$ и при определенном выборе системы единиц поперечное сечение σ представляет собой разницу $(\alpha_{\min}-\alpha_{\max})$. Заметьте, что $\alpha_{\min},\alpha_{\max}$, и, следовательно, σ зависят от p_2. Обозначим p_c как пороговую величину импульса p_2, при которой σ перестает зависеть от p_2.

В пределах больших k, дайте оценку для p_c. Выразите свой ответ в через m,M, и p_1. [1.1 балла]

Пусть $M=3m$ и значение k достаточно велико, постройте зависимость σ как функцию p_2 при фиксированном p_1. На этом же рисунке на оси p_2 обозначьте характерные области изменения σ. [1.1 балла]

Часть В. Волны на струне

Рассмотрим упругую струну натянутой между двумя фиксированными точками А и В, как показано в рис. 3. Линейная массовая плотность струны μ. Скорость распространения поперечных волн в струне равна c. Длина отрезка $\overline{AB}$ равна L. Струну натягивают таким образом, что она образует равнобедренный треугольник с отрезком $\overline{AB}$ с максимальной высотой отклонения $h \ll L$ по середине. В момент времени $t=0$ струну отпускают. Силой тяжести можно пренебречь.

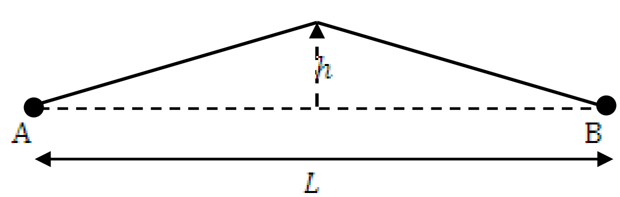


Рис. 3

(c) Найдите период колебании T струны. [0.5 балла]

Нарисуйте форму струны в момент времени $t=T/8$. На этом же рисунке обозначьте размеры и углы, которые определяют форму струны. [1.7 балла]

(d) Найдите полную механическую энергию колебания струны через $\mu,c,h,$ и L. [0.8 балла]

Часть С. Расширяющаяся Вселенная

Фотоны играют важную роль во вселенной так как они несут важную информацию из космоса. При этом необходимо учитывать тот факт, что вселенная расширяется. Будем выражать длины и расстояния, используя универсальный масштабный фактор $a(t)$, который зависит от времени t.Тогда, расстояние $L(t)$ между двумя звездами, пропорционально $a(t)$:

$$L(t) = ka(t), \qquad (1)$$

где k постоянная, а $a(t)$ учитывает расширение вселенной. В дальнейшем мы используем точку над символом для обозначения производной по времени, то есть. $\dot{a}(t) = \dfrac{da(t)}{dt}$, и $v(t) = \dot{L}(t)$. Взяв производную от обеих части уравнения (1) получаем закон Хаббла:

$$v(t) = H(t)L(t) \qquad (2)$$

где $H(t) = \dot{a}(t)/a(t)$ *параметр Хаббла* в момент времени t. В момент времени t_0, мы имеем

$$H(t_0) = 72\textit{км} \cdot c^{-1}\textit{Мпарсек}^{-1},$$

где $1\textit{Мпарсек} = 3.0857 \times 10^{19}\textit{км} = 3.2616 \times 10^{6}\textit{световой год}$.

Пусть, вселенная бесконечно велика и расширяется таким образом, что

$$a(t) \propto \exp(bt),$$

где b константа. В такой вселенной параметр Хаббла постоянен и равен $H(t_0)$. Более того, можно показать, что длина волны λ фотонов, распространяющихся во вселенной, увеличиваются пропорционально к расширению вселенной, то есть.

$$\lambda(t) \propto a(t).$$

Предположим, что фотоны, альфа-линии серии Лаймана с длиной волны $\lambda(t_e) = 121.5$ *нм*, излучаются в момент t_e неподвижной звездой. Мы фиксируем излучение фотонов в нашей систем отсчета в момент времени t_0. При длина волны фиксируемого излучения равна 145.8 *нм*, т.е. обнаруживается красное смещение.

(e) Пока фотоны достигают нас вселенная продолжает расширяться так, что звезда продолжает удаляться от нас. Считая скорость света в вакууме c неизменной, найдите расстояние $L(t_e)$ звезды от нас, в момент времени t_e когда произошло излучение этих фотонов. Выразите ответ в единицах Мпарсеках. [2.2 балла]

(f) Какова скорость удаления $v(t_0)$ звезды от нас в настоящий момент времени t_0? Выразите ответ в единицах скорости света в вакууме c. [0.8 балла]

Приложение

При необходимсоти используйте формулу:

$$\int_a^b e^{\beta x} dx = \frac{1}{\beta}(e^{\beta b} - e^{\beta a}).$$

Теоретическая задача 2

Электромагниты с большим сопротивлением

Электромагниты имеющие сопротивление – это катушки, сделанные из обычного металла, такого как медь или алюминий. Современные электромагниты с большим сопротивлением могут создавать магнитное поле свыше чем 30 Тл. Катушки обычно изготавливаются складыванием сотни тонких круглых пластин, сделанных из медного листового металла с большим количеством охлаждающихся отверстий, отпечатанных в них; есть также изоляторы с тем же самым образцом. Когда к катушке приложено напряжение, электрический ток, протекающий через пластины по винтовому пути, возбуждает сильное магнитное поле в центре электромагнита.

В этой задаче мы оценим, может ли цилиндрическая катушка (или соленоид) с большим количеством витков служить в качестве электромагнита возбуждающего сильные магнитные поля. Как показано на рис. 1, центр электромагнита расположен в точке O. Цилиндрическая катушка состоит из N витков медной проволоки, по которой течет ток I, равномерно распределенный по сечению провода. Средний диаметр катушки равен D и ее длина вдоль оси x равна l. Поперечное сечение провода представляет собой прямоугольным с шириной a и высотой b. Витки катушки так плотно намотаны друг к другу, что они практически перпендикулярны оси x и $l = Na$. В таблице 1 приведены значения геометрических размеров катушки.

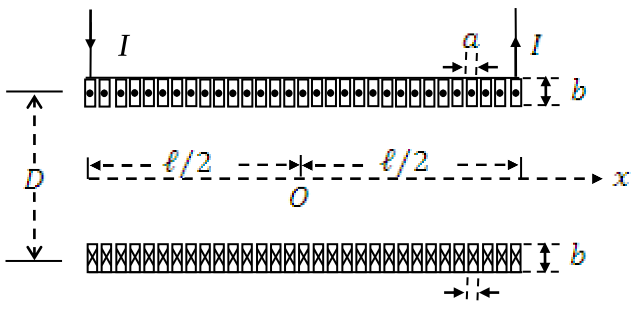


Рис. 1

Таблица 1
$l = 12.0$ *см*
$D = 6.0$ *см*
$a = 2.0$ *мм*
$b = 5.0$ *мм*

$b = 5.0$ mm

При оценке того, может ли электромагнит создавать сильные магнитные поля нужно учесть два фактора: Первое - это механическая прочность катушки, подверженной воздействию силы Лоренца. И второе – это большое количество джоулевого тепла, выделяющегося в проводе и приводящее к увеличению его температуры. Мы изучим оба этих фактора, используя простые модели.

В приложении в конце задач приведены некоторые полезные математические формулы и физические константы, которые Вы можете использовать при необходимости.

Часть A. Магнитное поле на Оси Катушки

Предположим $b << D$ так, что провод можно рассматривать как тонкую полоску шириной a. Пусть O совпадает с началом координаты оси x. Направление текущего тока показано на рис. 1.

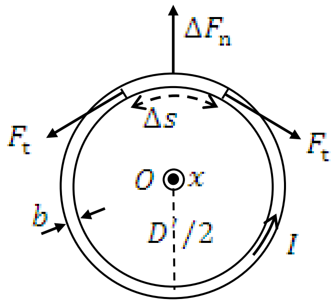
(a) Найдите x-компоненту $B(x)$ магнитного поля на оси катушки как функция x, если через катушку течет постоянный ток I. [1.0 балл]

(b) Найдите величину тока I_0, проходящего через катушку если $B(0)$ равно 10.0 Тл. Для вычисления используйте данные, приведенные в таблице1. [0.4 point]

Часть B. Верхний Предел Тока

В части B, мы предположим что **длина** l **, катушки - бесконечна** и $b \ll D$ **.** Рассмотрим виток катушки, расположенный вблизи точки $x = 0$. Магнитное поле действует с некоторой силой Лоренца на ток, проходящий через виток. На рис. 2, показан сегмент окружности длины Δs, подверженный воздействию нормальной ΔF_n стремящийся расширить виток.

Рис.2



(c) Предположим, что ток равен I, и средний диаметр катушки после расширения остается постоянным и равным D' больше чем D, как показано на рис. 2.
Найдите направленную наружу нормальную силу на единицу длины $\Delta F_n / \Delta s$.
[1.2балла]
Найдите механическое напряжение F_t, действующее вдоль провода. [0.6 балла]

(d) Пренебрегите ускорением катушки во время расширения. Предположите, что виток разрывается, когда относительное удлинение провода составляет 60% и механическое *напряжение* (то есть сила на единицу поперечного сечения не натянутого провода) равна $\sigma_b = 455$ МПа. Пусть I_b - это ток, при котором виток разрывается и B_b соответствующая величина магнитное поле в центре O.
Найдите, выражение для I_b и вычислите его. [0.8балла]

Найдите, выражение для B_b и вычислите его. [0.4 балла]

Часть С. Скорость Повышения Температуры

Пусть в катушке протекает ток I, равный $10.0\ кА$. Удельное сопротивление, удельная теплоемкость при постоянном давлении и плотность провода катушки равны соответственно, $\rho_e = 1.72\times10^{-8} Ом\cdot м$, $c_p = 3.85\times10^{2}\ Дж/(кг\cdot К)$ и $\rho_m = 8.98\times10^{3} кг\cdot м^{-3}$.

(e) Найдите выражение для *мощности тепла*, выделяющееся в единицы объема провода катушки и вычислите ее. Используйте данные из Таблицы 1. [0.5 балла]

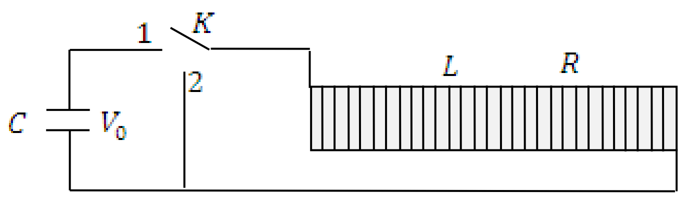
(f) Пусть $\dot{T}$ - скорость изменения температуры проволоки в катушке. Найдите, выражение для $\dot{T}$ и вычислите ее. [0.5 балла]

Часть D. Импульсный Электромагнит

Если большой электрический ток, используемый для создания магнитного поля протекает за короткий период времени, то это позволяет значительно уменьшить повышение температуры проволоки, вызванной выделением джоулевой теплоты. Это идея используется в импульсных электромагнитах.

Как показано на рис. 3, конденсатор емкостью C заряженный до напряжения V_0 используется для создания тока I через катушку. Цепь снабжена переключателем K. Индуктивность L и сопротивление R цеп, считать сосредоточенными только в катушке. Конструкция и размеры катушки - те же самые, как на рис. 1 и в Таблице 1. Пусть R, L, и C независят от температуры и магнитное поле соответствует бесконечному соленоиду с $l \to \infty$.

Рис.3



(g) Найдите выражение для индуктивности L и сопротивления R катушки. [0.6балла]

Вычислите величины L и R. Используйте данные из Таблицы 1. [0.4балла]

(h) В момент времени $t=0$, переключатель K, ставят в положение 1 и начинает течь электрический ток. В момент времени $t \geq 0$, электрический заряд $Q(t)$ положительной пластины конденсатора и электрический ток $I(t)$ даются выражениями

$$Q(t)=\frac{CV_0}{\sin\theta_0}e^{-\alpha t}\sin(\omega t+\theta_0) \qquad (1)$$

$$I(t)=\frac{dQ}{dt}=\left(\frac{-\alpha}{\cos\theta_0}\right)\frac{CV_0}{\sin\theta_0}e^{-\alpha t}\sin\omega t \qquad (2)$$

в которых α и ω - это положительные константы и θ_0 задается выражением

$$\tan\theta_0=\frac{\omega}{\alpha},\ \ 0<\theta_0<\frac{\pi}{2}. \qquad (3)$$

Если $Q(t)$ выражена как функция от новой переменной $t'\equiv(t+\theta_0/\omega)$, тогда $Q(t')$ и ее производная по времени $I(t)$ идентичны с точностью до постоянного множителя. Таким образом, производная по времени $I(t)$ может быть найдена без дальнейшего дифференцирования.

Найдите α и ω через R, L, и C. [0.8 балла]

Вычислите величины α и ω когда C равна $10.0\,мФ$. [0.4балла]

(i) Пусть I_m - максимальная величина $|I(t)|$ при $t>0$. Найдите выражение для I_m.

[0.6 балла]

Пусть $C=10.0\,мФ$. Какова максимальная величина V_{0b} начального напряжения на конденсаторе V_0 при котором ток I_m не превысит I_b найденный в пункте (d)?

[0.4балла]

(j) Положим что переключатель K, мгновенно перевели из положения 1 в положение 2, когда абсолютная величина тока $|I(t)|$ достигло I_m. Обозначим через ΔE полное количество тепла, выделенного в катушке с момента времени $t=0$ до ∞, а через ΔT соответствующее увеличение температуры проволоки. Пусть начальное напряжение V_0 равно максимальному значению V_{0b} полученного в пункте (i), а потеря электромагнитной энергии происходит только за счет выделения тепла в катушке.

Найдите, выражение для ΔE и вычислите его. [1.0 балл]

Найдите, выражение для ΔT и вычислите его. Заметьте что величина ΔT должна быть согласовано с с предположением о постоянстве R и L.

[0.4балла]

Приложение

1. $\int_0^L \frac{dx}{(D^2+x^2)^{3/2}} = \frac{1}{D^2}\left\{\frac{L}{(D^2+L^2)^{1/2}}\right\}$

2. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

3. магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,Гн/м$

-- КОНЕЦ---

Теоретическая задача 3

Электронные и Газовые Пузыри в Жидкостях

В этой задаче рассматривается физика двух систем пузырек-жидкость. Она состоит из двух частей:

Часть A. Электронный пузырь в жидком гелии

Часть B. Пузырек газа в жидкости

Часть А. Электронный Пузырь в Жидком Гелии

Когда электрон помещен внутрь жидкого гелия, он может отталкивать атомы жидкого гелия и сформировать то, что называют ***электронным пузырем***. Пузырь в жидком гелии представляет собой электрон окруженный вакуумом. Нас будет интересовать его размер и устойчивость.

Мы используем Δf для обозначения неопределенности величины f. Компоненты вектора положения электрона $\vec{q} = (x, y, z)$ и вектор импульса $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$ подчиняются соотношению неопределенности Гейзенберга $\Delta q_\alpha \Delta p_\alpha \geq \hbar/2$, где $\hbar$ - постоянная Планка разделенная на 2π и $\alpha = x, y, z$.

Предположим, что электронный пузырек изотропен, и его граница с жидким гелием представляет собой сферическую поверхность. Жидкость поддерживается при постоянной температуре, близкой к 0 K, при которой коэффициент поверхностного натяжения σ равен $3.75\times10^{-4}\,Н/м$, а электростатическим взаимодействием электрона с поверхностью пузырька можно пренебречь.

Рассмотрим электронный пузырек, находящийся в жидком гелии и имеющий в равновесном состоянии радиус R. Электрон, массой m, движется свободно внутри пузырька с кинетической энергией E_k и оказывает давление P_e на внутреннюю сторону границы пузырек-жидкость. Давление, оказываемое жидким гелием на внешнюю сторону границы равно P_{He}.

(a) Найдите связь между P_{He}, P_e, и σ. [0.4балла]

Найдите связь между E_k и P_e. [1.0 балл]

(b) Обозначим, через E_0 наименьшую возможную величину E_k, согласующуюся с соотношениями неопределенности Гейзенберга, при котором радиус пузырька равен R. Оцените E_0 как функцию от R. [0.8 балла]

(c) Пусть R_e обозначает радиус пузырька находящегося в равновесии, когда

$E_k = E_0$ и $P_{He} = 0$.

Получите выражение для R_e и вычислите его значение. [0.6 балла]

(d) Найдите условие связывающее R и P_{He} если равновесный радиус R должен быть устойчив при постоянном давлении P_{He}. Учтите, что P_{He} может быть отрицательным. [0.6 балла]

(e) Существует пороговое давление P_{th} такое, что равновесие электронного пузырька становится не возможным когда P_{He} меньше чем P_{th}. Найдите выражение для P_{th}. [0.6 балла]

Часть B. Пузырек Газа в Жидкости – Схлопывание и Излучение

В этой части мы рассматриваем нормальную жидкость, такую как вода.

Когда газовый пузырек в жидкости подвержен воздействию переменного давления с ним могут происходит существенные изменения. Например, после значительного расширения, он может быстро схлопнуться до малого радиуса и может излучать свет к онцу процесса схлопывания. Это явление называется пузырьковая люминесценция. При этом газ в пузырьке проходит циклические процессы, которые обычно состоят из трех стадий: расширение, схлопывание, и многократные колебания. В этой части мы главным образом будем рассматривать стадию схлопывания.

Предположим, что в течение всего времени пузырек остается сферическим, и его центр масс покоится относительно жидкости (см. рис. 1). Считайте что давление, температура, и плотность всегда однородны в пузырьке при уменьшении его размеров. Жидкость, содержащая пузырек, предполагается изотропной, невязкой, несжимаемой и гораздо большей размеров пузырька. Эффектами гравитации и поверхностного натяжения пренебречь так, что давления с обеих сторон границы жидкость-пузырьек ***всегда равны***.

● *Радиальное движение границы пузырек-жидкость*

Если радиус пузырька $R = R(t)$ изменяется с течением времени t, граница пузырек-жидкость будет двигаться с радиальной скоростью $\dot{R} \equiv dR/dt$. Как следует из уравнения непрерывности для течения несжимаемых жидкостей радиальная скорость жидкости $\dot{r} = dr/dt$ на расстояние r от центра пузырька связана со скоростью изменения объема пузырька V соотношением

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi R^2 \dot{R} = 4\pi r^2 \dot{r}. \quad (1)$$

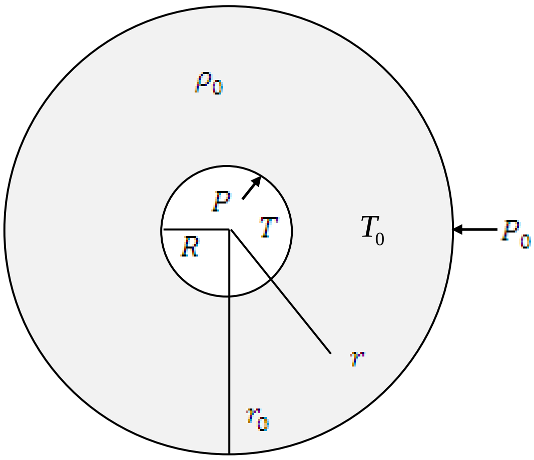
Это подразумевает что полная кинетическая энергия E_k жидкости плотностью

ρ_0 равна

$$E_k = \frac{1}{2}\int_R^{r_0} \rho_0 \left(4\pi r^2 dr\right)\dot{r}^2 = 2\pi\rho_0 R^4 \dot{R}^2 \int_R^{r_0} \frac{1}{r^2} dr = 2\pi\rho_0 R^4 \dot{R}^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_0}\right) \quad (2)$$

где r_0 радиус внешней поверхности жидкости.

Рис. 1



(f) Примите, что внешнее давление, P_0 действующее на внешнюю поверхность $r = r_0$ жидкости постоянна. Пусть $P = P(R)$ представляет давление газа в пузырьке когда его радиус равен R.

Найдите работу dW, совершаемую жидкостью, когда радиус пузырька изменяется от R до $R + dR$. Используйте P_0 и P для нахождения выражения dW.

[0.4 балла]

Работа dW должна быть равна соответствующему изменению полной кинетической энергии жидкости. В пределе $r_0 \to \infty$ получаем уравнение Бернулли

$$\frac{1}{2}\rho_0\, d\left(R^{\mathrm{m}}\dot{R}^2\right) = (P - P_0)R^{\mathrm{n}}dR. \qquad (3)$$

Найдите показатели m и n в уравнении (3). Используйте анализ размерностей в случае необходимости.

[0.4 балла]

- ***Схлопывание газового пузыря***

В дальнейшем мы рассматриваем стадию схлопывания пузырька. Плотность жидкости $\rho_0 = 1.0 \times 10^3 кг/м^3$, температура T_0 равна 300 К и внешнее давление P_0 равна 1.01×10^5 Па. Положим что ρ_0, T_0, и P_0 остаются постоянными в течение всего времени и пузырек схлопывается адиабатически потока массы сквозь поверхности пузырек-жидкость.

Пузырек, заполнен идеальным газом. Отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме равна $\gamma = 5/3$. Где температура газа T_0 и его давление P_0, равновесный радиус пузырька $R_0 = 5.00 мкм$.

Пусть теперь, этот пузырек начинает схлопываться и в момент времени $t = 0$ с его радиус равен $R(0) = R_i = 7R_0$, $\dot{R}(0) = 0$, а температура газа $T_i = T_0$. Помните, что из-за расширения пузырька на предыдущей стадии R_i значительно больше чем R_0 и это существенно для того, чтобы появилась пузырьковая люминесценция.

(g) Выразите давление $P \equiv P(R)$ и температуру $T \equiv T(R)$ идеального газа в пузырьке как функцию радиуса R во время его схлопывания, полагая процессы в газе квазиравновесными.

[0.6 балла]

(h) Пусть $\beta \equiv R/R_{\rm i}$ и $\dot\beta = d\beta/dt$ в уравнение (3) подразумевает закон сохранения, который принимает следующую форму

$$\frac{1}{2}\rho_0\,\dot\beta^2 + U(\beta) = 0. \tag{4}$$

Пусть $P_{\rm i} \equiv P(R_{\rm i})$ обозначает давление газа в пузырьке когда $R = R_{\rm i}$. Если мы введем отношение $Q \equiv P_{\rm i}/[(\gamma-1)P_0]$, тогда функция $U(\beta)$ может быть записана как

$$U(\beta) = \mu\beta^{-5}[Q(1-\beta^2) - \beta^2(1-\beta^3)]. \tag{5}$$

Найдите коэффициент μ через $R_{\rm i}$ и P_0. [0.6 балла]

(i) Пусть $R_{\rm m}$ обозначает минимальный радиусом пузырька в процессе его схлопывания, а $\beta_{\rm m} \equiv R_{\rm m}/R_{\rm i}$. Для $Q \ll 1$, имеем $\beta_{\rm m} \approx C_{\rm m}\sqrt{Q}$.

Найдите константу $C_{\rm m}$. [0.4 балла]

Вычислите $R_{\rm m}$ для $R_{\rm i} = 7R_0$. [0.3балла]

Найдите температуру $T_{\rm m}$ газа когда $\beta = \beta_{\rm m}$. [0.3балла]

(j) Положим $R_{\rm i} = 7R_0$. Пусть β_u обозначает величину β при которой безразмерная радиальная скорость $u \equiv |\dot\beta|$ достигает своей максимальной величины. Температура газа резко возрастает для величин β, близких к β_u.

Найдите выражение и дайте оценку β_u. [0.6 балла]

Пусть $\bar u$ обозначает величину u, при которой $\beta = \bar\beta \equiv (\beta_{\rm m} + \beta_u)/2$. Найдите $\bar u$. [0.4 балла]

Найдите выражение и оцените промежуток времени $\Delta t_{\rm m}$, при котором β уменьшиться от β_u до минимального значения $\beta_{\rm m}$. [0.6 балла]

- ***Пузырьковая люминесценция при схлопывании***

Полагайте, что пузырек - абсолютно черное тело с постоянной излучающей способностью a так, что эффективная константа Стефана-Больцмана $\sigma_{\rm eff} = a\sigma_{\rm SB}$. Положим также, что стадия схлопывания происходит адиабатически, излучательная способность должна быть мала по сравнению с мощностью, излучаемой при $\beta = \bar\beta$ не больше, чем на 20 %, от мощности $\dot E$, накачиваемой в пузырек внешним давлением жидкости.

(k) Найдите значение мощности $\dot{E}$ накачиваемой в пузырек как функцию β.

[0.6 балла]

Найдите выражение и вычислите величину для верхней границы a. [0.8 балла]

Приложение

1. $\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$

2. Масса электрона $m = 9.11 \times 10^{-31}\,кг$

3. Постоянная Планка $h = 2\pi\hbar = 2\pi \times 1.055 \times 10^{-34}\,Дж \cdot с$

4. Постоянная Стефена-Больцмана $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-8}\,Вт \cdot м^{-2} \cdot K^{-4}$.

---КОНЕЦ---