

Первый контеcт Symmetrix: Младшая Лига

1. На доске записаны числа $1, 2, 3, \dots, 27$. За ход нужно стереть 3 некоторых числа a, b, c написанных на доске и записать вместо него число $a^3 + b^3 + c^3$. Докажите, что последнее оставшееся число не может быть равно 2020^3

2. Пусть X, Y – такие точки снаружи треугольника ABC , что углы $\angle AXB$ и $\angle AYC$ прямые, а также углы $\angle BAX$ и $\angle CAU$ равны. Причем X и C находятся по разные стороны от прямой AB , точно также как и B и Y находится по разные стороны от прямой AC . Докажите, что точки X, Y равноудалены от середины отрезка BC .

3. Вычислить сумму

$$\frac{3}{1! + 2! + 3!} + \frac{4}{2! + 3! + 4!} + \dots + \frac{2020}{2018! + 2019! + 2020!}$$

4. На бесконечной плоскости пасутся 100 баранов и бродит один голодный казах. Бараны и казах ходят по очереди, сначала один баран, потом человек, затем снова один из баранов, после чего снова человек. Ход заключается в том, что ходящий может передвинуться не более чем на 1 метр в любом направлении. При любом ли изначальном расположении стада и человека на плоскости, казах сможет поймать и зарезать хотя бы одного барана?

Symmetrix Алғашқы Контеcті: Жастар лигасы

1. Тақтада $1, 2, 3, \dots, 27$ сандары жазылған. Әр ход сайын кез келген үш a, b, c санын сүртіп, оның орнына $a^3 + b^3 + c^3$ саны жазылуы тиіс. Ең соңғы қалатын сан 2020^3 -қа тең бола алмайтынын дәлелдеңіз.

2. Мәселен, X пен Y $\angle AXB, \angle AYC$ бұрыштары 90° болатындай және $\angle BAX$ мен $\angle CAU$ бұрыштары тең болатындай ABC үшбұрышының сыртындағы нүктелер болсын. X пен C нүктелері AB түзуінің әртүрлі жақтарында орналасқан, сонымен қатар Y мен B нүктелері AC түзуінің әртүрлі жақтарында орналасқан. AC X пен Y нүктелері BC сызық сегментінің ортасынан бірдей қашықтықта орналасқанының дәлелдеңіз.

3. Есептеңіз

$$\frac{3}{1! + 2! + 3!} + \frac{4}{2! + 3! + 4!} + \dots + \frac{2020}{2018! + 2019! + 2020!}$$

4. Шексіз жазықтықта 100 қошқар және бір аш қалған қазақ кезіп жүр. Қошқарлар мен қазақтар кезекпен жүреді, алдымен бір қошқар, содан кейін адам, содан кейін тағы да қошқарлардың біреуі, содан кейін қайтып адам. Жүру кезеңінде жүргінші кез келген бағытта 1 метрден аспайтын қозғалыс істей алады. Жазықтықта адамның және қошқардың кез-келген алғашқы орналасуымен, қазақ әрқашанда кем дегенде бір қошқарды ұстап, соя алады ма?