

Жұмыс уақыты – 3 сағат
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады
Электронды құралдарды қолдануға тыйым салынады

9-сынып, 2-тур

4. ABC сүйірбұрышты үшбұрышы центрі O болатын шеңберге іштей сызылған. BC қабырғасынан K нүктесі алынып, одан AB және AC қабырғаларына сәйкесінше KF және KG перпендикулярлары түсірілген. AO түзуі KG және KF түзулерін сәйкесінше D және E нүктелерінде қияды. $BD \parallel CE$ екенін дәлелдеңіз.

5. Қандай оң рационал сандарды $\frac{x^{20}y^{23}}{z^{2024}}$ түрінде жазуға болады, мұнда x, y, z натурал сандар?

6. $abc = 1$ болатындай оң нақты a, b, c сандары берілген. Келесі теңсіздікті дәлелдеңіз

$$\left(\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a}\right) + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) + (a + b + c) \geq 4(ab + bc + ca).$$

Время работы – 3 часа
Каждая задача оценивается в 7 баллов
Запрещается пользоваться электронными устройствами

9 класс, 2 тур

4. Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O . На стороне BC взята точка K , из которой опущены перпендикуляры KF и KG на стороны AB и AC , соответственно. Прямая AO пересекает прямые KG и KF в точках D и E соответственно. Докажите, что $BD \parallel CE$.

5. Какие положительные рациональные числа можно представить в виде $\frac{x^{20}y^{23}}{z^{2024}}$, где x, y, z – натуральные числа?

6. Даны положительные действительные числа a, b, c такие, что $abc = 1$. Докажите, что

$$\left(\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a}\right) + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) + (a + b + c) \geq 4(ab + bc + ca).$$