

Жұмыс уақыты – 3 сағат
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады
Электронды құралдарды қолдануға тыйым салынады

11-сынып, 1-тур

1. Кез келген $m \geq n \geq 2024$ натурал сандары үшін $f_m(n) = f_{m-n}(m)$ теңдігі орындалатындай барлық $f : N \rightarrow N$ функцияларын табыңыз. (N – натурал сандар жиыны, $f_0(k) = k$ және барлық бүтін $l \geq 1$ үшін $f_l(k) = f(f_{l-1}(k))$.)
2. x, y, t натурал сандары $x^2 + 257 = y^t$ және $2 \leq t \leq 48$ шарттарын қанағаттандырады. t жай сан екенін дәлелдеңіз.
3. ABC үшбұрышында AL, BM, CN биссектрисалары мен AD, BE, CF биіктіктері жүргізілген. Егер DEF үшбұрышының ауданы LMN үшбұрышының ауданынан көп болса, онда ABC үшбұрышы доғалбұрышты болатынын дәлелдеңіз.

Время работы – 3 часа
Каждая задача оценивается в 7 баллов
Запрещается пользоваться электронными устройствами

11 класс, 1 тур

1. Найдите все функции $f : N \rightarrow N$ такие, что $f_m(n) = f_{m-n}(m)$ при всех натуральных $m \geq n \geq 2024$. (N – множество натуральных чисел, $f_0(k) = k$ и $f_l(k) = f(f_{l-1}(k))$ при всех целых $l \geq 1$.)
2. Натуральные числа x, y, t таковы, что $x^2 + 257 = y^t$ и $2 \leq t \leq 48$. Докажите, что число t – простое.
3. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AL, BM, CN и высоты AD, BE, CF . Докажите, что если площадь треугольника DEF больше площади треугольника LMN , то треугольник ABC тупоугольный.