

*Жұмыс уақыты – 3 сағат  
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады  
Электронды құралдарды қолдануға тыйым салынады*

10-сынып, 2-тур

4.  $BC = 2AB$  болатын  $ABC$  үшбұрышы берілген, ал  $I$  нүктесі іштей сызылған шеңбердің центрі.  $\angle BAC$  бұрышының сыртқы биссектрисасы  $BC$  түзуін  $Y$  нүктесінде қияды.  $YI$  түзуі  $AC$  кесіндісінің ортасынан өтетінін дәлелдеңіз.

5.  $abc = 1$  болатындай оң нақты  $a, b, c$  сандары берілген. Келесі теңсіздікті дәлелдеңіз

$$\left(\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a}\right) + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) + (a + b + c) \geq 4(ab + bc + ca).$$

6. 126 адамнан тұратын қоғамдық ұйымда 189 комитет құрылды (әрбір комитет кемінде екі адамнан тұрады, бір адам бірнеше комитетте бола алады). Осымен қатар, кез келген екі комитеттің құрамы бірдей емес. Сайланғаннан кейін, өзі мүшелікте болған барлық комитеттерден шығып кететін, ұйым төрағасын сайлау керек. Сайлаудан кейін кем дегенде 188 комитеттің құрамы қос-қостан әртүрлі болатындай төрағаны таңдауға болатынын дәлелдеңіз.

*Время работы – 3 часа  
Каждая задача оценивается в 7 баллов  
Запрещается пользоваться электронными устройствами*

10 класс, 2 тур

4. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $BC = 2AB$ , а точка  $I$  — центр вписанной окружности. Внешняя биссектриса угла  $\angle BAC$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $Y$ . Докажите, что прямая  $YI$  проходит через середину отрезка  $AC$ .

5. Даны положительные действительные числа  $a, b, c$  такие, что  $abc = 1$ . Докажите, что

$$\left(\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a}\right) + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) + (a + b + c) \geq 4(ab + bc + ca).$$

6. В общественной организации, насчитывающей 126 человек, сформировано 189 комитетов (в каждом комитете состоит не менее двух человек, человек может состоять в нескольких комитетах). При этом никакие два комитета не совпадают по составу. Нужно выбрать председателя организации, который после избрания должен покинуть все комитеты, в которых он состоял. Докажите, что можно выбрать председателя так, чтобы после выборов не менее 188 комитетов будут попарно различны по составу.