

*Жұмыс уақыты – 3 сағат  
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады  
Электронды құралдарды қолдануға тыйым салынады*

10-сынып, 1-тур

1.  $x^2 + y^2 + z^2 + xyz$  түрінде жазуға болмайтын шексіз көп бүтін сандар табылатынын дәлелдеңіз, мұнда  $x, y, z$  бүтін сандар.
2. Жібек әртүрлі  $a$  және  $b$  нақты сандарын жасырады, ал Ержан осы сандарды тапқысы келеді. Бір жүрісте Ержан коэффициенттері нақты сандар болатын дәрежесі 2024-ке тең  $P(x)$  көпмүшесін ойлап табады, содан кейін Жібек оған  $P(a) - P(b)$  мәнін айтады. Үш жүрісте Ержан  $a$  және  $b$  сандарын кепілді түрде таба алатынын дәлелдеңіз.
3.  $ABC$  үшбұрышында  $AL, BM, CN$  биссектрисалары мен  $AD, BE, CF$  биіктіктері жүргізілген. Егер  $DEF$  үшбұрышының ауданы  $LMN$  үшбұрышының ауданынан көп болса, онда  $ABC$  үшбұрышы доғалбұрышты болатынын дәлелдеңіз.

*Время работы – 3 часа  
Каждая задача оценивается в 7 баллов  
Запрещается пользоваться электронными устройствами*

10 класс, 1 тур

1. Докажите, что существует бесконечно много целых чисел, не представимых в виде  $x^2 + y^2 + z^2 + xyz$ , где  $x, y, z$  — целые числа.
2. Жибек загадывает два различных действительных числа  $a$  и  $b$ , а Ержан пытается их найти. За один ход Ержан придумывает многочлен  $P(x)$  степени 2024 с действительными коэффициентами, после чего Жибек сообщает ему значение  $P(a) - P(b)$ . Докажите, что за три хода Ержан сможет гарантированно найти числа  $a$  и  $b$ .
3. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AL, BM, CN$  и высоты  $AD, BE, CF$ . Докажите, что если площадь треугольника  $DEF$  больше площади треугольника  $LMN$ , то треугольник  $ABC$  тупоугольный.