**Математика пәні бойынша**
**Республикалық оқушылар олимпиадасының**
**үшінші (облыстық) кезеңі (2022-2023 оқу жылы)**

*9-сынып*

*1 тур*

*Жұмыс уақыты: 3 сағат 30 минут.*
*Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.*

**1**. $ABC$ сүйір бұрышты үшбұрышы берілсін және $H$ – ортоцентр. $AH$ түзуі $BC$ қабырғасын және $ABC$ үшбұрышына сырттай сызылған шеңберін сәйкесінше $A_1$ және $A_2$ нүктелерінде қисын. Дәл солай $B_1$, $B_2$ және $C_1$, $C_2$ нүктелерін анықтаймыз. $A_2B_1$ және $A_2C_1$ түзулері $ABC$ үшбұрышына сырттай сызылған шеңберін сәйкесінше $X$ және $Y$ нүктелерінде қисын. $P$ $(P \neq B_1)$ нүктесі $B_1B_2X$ үшбұрышына сырттай сызылған шеңбермен $AC$ қабырғасының қиылысу нүктесі және $Q$ $(Q \neq C_1)$ нүктесі $C_1C_2Y$ үшбұрышына сырттай сызылған шеңбермен $AB$ қабырғасының қиылысу нүктесі болсын. $PQ||BC$ болатынын дәлелдеңіз.

**2**. Ұзын тар дәлізде бірнеше жол төселген(барлық жолдар дәлізге параллель және олардың еңдері дәліздің еніне тең). Кез келген екі жолдың қиылысатыны белгілі болса, онда осы жолдардың барлығын еденге бір шегемен шегелеуге болатынын дәлелдеңіз.

**3**. Кез келген оң нақты $a, b, c, d$ сандары үшін келесі теңсіздікті

$$\frac{1}{a+2b+3c+4d}+\frac{1}{b+2c+3d+4a}+\frac{1}{c+2d+3a+4b}+\frac{1}{d+2a+3b+4c} \leqslant$$
$$\leqslant \frac{1}{10a}+\frac{1}{10b}+\frac{1}{10c}+\frac{1}{10d}$$

дәлелдеңіз.

**Третий (областной) этап**
**Республиканской олимпиады школьников**
**по математике (2022-2023 учебный год)**

*9 класс*

*1 тур*

*Время работы: 3 часа 30 минут.*
*Каждая задача оценивается в 7 баллов.*

**1**. Дан остроугольный треугольник $ABC$, $H-$ ортоцентр. Прямая $AH$ пересекает $BC$ и описанную окружность $ABC$ в точках $A_1$ и $A_2$ соответственно. Аналогично определим точки $B_1$,$B_2$ и $C_1$,$C_2$. Прямые $A_2B_1$ и $A_2C_1$ пересекают описанную окружность $ABC$ вторично в точках $X$ и $Y$ соответственно. Пусть $P$ точка пересечения описанной окружности треугольника $B_1B_2X$ с $AC$ где $(P \neq B_1)$ и $Q$ точка пересечения описанной окружности треугольника $C_1C_2Y$ с $AB$ $(Q \neq C_1)$. Докажите, что $PQ \parallel BC$.

**2**. В длинном узком коридоре постелено несколько дорожек(все дорожки параллельны коридору и можно считать ,что ширина каждой дорожки равна ширине коридора). Докажите, что можно одним гвоздём прибить все эти дорожки к полу, если известно, что любые две дорожки пересекаются.

**3**. Докажите, что для любых положительных $a$,$b$,$c$,$d$ справедливо неравенство

$$\frac{1}{a+2b+3c+4d}+\frac{1}{b+2c+3d+4a}+\frac{1}{c+2d+3a+4b}+\frac{1}{d+2a+3b+4c} \leqslant$$
$$\leqslant \frac{1}{10a}+\frac{1}{10b}+\frac{1}{10c}+\frac{1}{10d}$$