



Математика пәні бойынша Республикалық олимпиаданың
3-ші кезеңі 2020-2021 Қазақстан, 24 ақпан 2021 ж.
Ұзақтығы: 3 сағат 11-сынып

2 тур

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

4.

□

$$24a^2 + 2b^2 + 20c^2 + 21d^2 = 24a + 2b + 20c + 21d \text{ болатындай } a, b, c, d$$

оң бүтін сандар болсын.

$$A = \sqrt{\frac{a}{b(24 + 2b + 20c + 21d)}} + \sqrt{\frac{b}{c(24a + 2 + 20c + 21d)}} + \\ + \sqrt{\frac{c}{d(24a + 2b + 20 + 21d)}} + \sqrt{\frac{d}{a(24a + 2b + 20c + 21)}}$$

өрнегінің ең кіші мәнін табыңыз.

5. $\angle B < \angle C$ болатындай ABC сүйір бұрышты үшбұрышы берілсін. ABC үшбұрышына іштей сызылған шеңбердің центрі – I арқылы, сырттай сызылған шеңбердің центрі – O арқылы, ал ортоцентрі – H арқылы белгіленген. ABC үшбұрышына іштей сызылған шеңбер BC қабырғасын D нүктесінде жанап өтсін, және AO HD -ға параллель болсын. E нүктесі – OD және AH түзулерінің қиылысу нүктесі, F нүктесі – CI кесіндісінің орта нүктесі болсын. I, O, E және F нүктелері бір шеңбердің бойында жататынын дәлелдеңіз.

□

6. Қандай n натурал сандары үшін $(n - 1)!$ саны n^3 -ке бөлінеді?

□

□

□

814

814

814



3-й этап Республиканской олимпиады по предмету
математика
2020-2021 Казахстан, 24 февраля 2021 г. Длительность: 3
часа

11 класс
2 тур

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

4. Пусть a, b, c, d – положительные целые числа такие, что

$$24a^2 + 2b^2 + 20c^2 + 21d^2 = 24a + 2b + 20c + 21d.$$

Найдите наименьшее значение выражения

$$A = \sqrt{\frac{a}{b(24 + 2b + 20c + 21d)}} + \sqrt{\frac{b}{c(24a + 2 + 20c + 21d)}} + \\ + \sqrt{\frac{c}{d(24a + 2b + 20 + 21d)}} + \sqrt{\frac{d}{a(24a + 2b + 20c + 21)}}.$$

5. Дан остроугольный треугольник ABC , в котором $\angle B < \angle C$. Пусть I – центр вписанной окружности, O – центр описанной окружности, H – ортоцентр треугольника ABC . Пусть вписанная в треугольник ABC окружность касается стороны BC в точке D , и AO параллельна HD . Точка E – точка пересечения прямых OD и AH , точка F – середина отрезка CI . Докажите, что точки I, O, E и F лежат на одной окружности.

6. При каких натуральных n число $(n - 1)!$ делится на n^3 ?