

## Задачи

**Задача №1.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = 23(1 - \sin x)^{20} + 20(1 + \sin x)^{23}.$$

**Задача №2.** Даны простые числа  $p$ ,  $q$  и  $r$ . Известно, что число  $(qr - 1)$  делится на  $p$ , число  $(rp - 1)$  делится на  $q$ , а число  $(pq - 1)$  делится на  $r$ . Найдите значение  $pqr$ .

**Задача №3.** Дано множество  $S = \{1, 2, \dots, 2024\}$ . Компьютер случайным образом создал  $2023^2 + 1$  непустых подмножеств множества  $S$ , в каждом из которых по меньшей мере 2 элемента. Докажите, что среди построенных компьютером подмножеств можно найти два подмножества с равным количеством элементов, у которых по меньшей мере два элемента общих.

**Задача №4.** Внутри выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  выбрана точка  $G$  — точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Оказалось, что  $G \in [BD]$ ,  $\angle DCG = \angle BAC$ . Из точки  $D$  опустили перпендикуляр  $DE$  на отрезок  $CG$ . Докажите, что

$$\frac{CG}{DE} \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$