

РАЗНЫЕ ЗАДАЧКИ.

Задача 1. Пусть через $f(n)$, $n \in \mathbb{N} \geq 2$ обозначен наибольший простой делитель числа n . Докажите, что существует бесконечно много $k \in \mathbb{N}$ удовлетворяющие условию

$$f(k+2) > f(k+1) > f(k).$$

Задача 2. Доказать, что для любого $n \in \mathbb{N}$ верно

$$\frac{2n}{3} < \frac{d(1)}{1} + \frac{d(2)}{2} + \dots + \frac{d(n)}{n},$$

где $d(k)$ наибольший нечетный делитель числа k .

Задача 3. Решить в целых числах

$$x^2 + 5 = y^3.$$

(задача банан но надо показать технику, не надо стрелять базукой по мухе!!!)

Задача 4. Доказать, что если числа a, b, c при каждом значении $n \in \mathbb{N}$ удовлетворяют равенству $[na] + [nb] = [nc]$, то хотя бы одно из чисел a, b является целым. ($[x]$ — целая часть числа x)