

РАЗНЫЕ ЗАДАЧКИ.

Задача 1. Докажите равенство

$$\sin \frac{\pi}{n} \cdot \sin \frac{2\pi}{n} \cdot \dots \cdot \sin \frac{(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2^{n-1}}$$

где $n \in \mathbb{N} \geq 2$.

Задача 2. Пусть $a^n = 1, a \neq 1, n \in \mathbb{N} \geq 2$. Докажите, что

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-a^2} + \dots + \frac{1}{1-a^{n-1}} = \frac{(1-a)(1-a^2)\dots(1-a^{n-1}) - 1}{2}.$$

Задача 3. Докажите, что

$$x^5 + 2117x^4 + 1217x^3 + 1127x^2 + 1172x + 5.$$

неразложим в \mathbb{Q} .

Задача 4. Пусть a, b, c действительные положительные числа и $abc + a + c = b$. Найдите максимальное значение выражения

$$\frac{2}{1+a^2} - \frac{2}{1+b^2} + \frac{3}{1+c^2}.$$