Жаратылыстану-математикалық бағыттағы пәндер бойынша республикалық жасөспірімдер олимпиадасы

7-сынып

Жұмыс уақыты: 3 сағат.
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

1. Екі қысқартылмайтын жай бөлшек берілген. Біріншінің алымы мен бөлімінің қосындысы 1232, ал екіншінің сондай қосындысы 7987−ге тең. Осы екі бөлшектің қосындысы 17/35−ге тең бола ала ма ?

2. $BC = 2AB$ болатын ABC үшбұрышы берілген. D нүктесі BC қабырғасының ортасы, K нүктесі BD кесіндісінің ортасы. $AC = 2AK$ болатынын дәлелдеңіз.

3. $\overline{a...a}$ саны $\overline{b...b}$ санына бөлінетіні белгілі. Бірінші санның цифрлар саны екінші санның цифрлар санына міндетті түрде бөлінуі керек пе?

4. Әр ұяшықта 0 саны жазылған 5×5 кестесі берілген. Бір операцияда бұрышты құрайтын ұяшықтардағы барлық сандарды 1−ге арттыруға болады. Осындай бірнеше операциялармен кестедегі барлық ұяшықтағы сандар бірдей бола алмайтынын дәлелдеңіз. Бұрыш деп 2×2 шаршысынан бір ұяшықты алып тастағанда пайда болатын фигураны айтамыз.

Республиканская юниорская олимпиада по предметам естественно-математического направления

7 класс

Время работы: 3 часа.
Каждая задача оценивается в 7 баллов.

1. Даны две обыкновенные несократимые дроби. У первой сумма числителя и знаменателя равна 1232, а у второй такая сумма равна 7987. Может ли сумма этих двух дробей равна $\frac{17}{35}$?

2. Дан треугольник ABC, в котором $BC = 2AB$.Точка $D-$ середина стороны BC, точка $K-$ середина отрезка BD. Докажите, что $AC = 2AK$.

3. Известно, что $\overline{a...a}$ кратно $\overline{b...b}$. Обязательно ли количество цифр первого числа делится на количество цифр второго?

4. Дана клеточная таблица 5×5, в которой во всех клетках написано число 0. За одну операцию разрешается увеличить на 1 все числа в клетках, которые образуют уголок. Докажите, что за несколько таких операций числа во всех клетках таблицы не смогут стать одинаковыми. Уголком считается фигура, которая получается при удалении из квадрата 2×2 одной клетки.

Жаратылыстану-математикалық бағыттағы пәндер бойынша республикалық жасөспірімдер олимпиадасы

8-сынып

Жұмыс уақыты: 3 сағат.
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

1. ABC сүйірбұрышты үшбұрышында AD биіктігі жүргізілді. $2CD = BD$ екені белгілі. ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің бойынан $AK||BC$ болатындай $K \neq A$ нүктесі алынсын. $S - AB$ қабырғасының ортасы болсын. SK түзуі BC түзуіне перпендикуляр болатынын дәлелдеңіз.

2. Арлан мен Арман ойын ойнайды. Оларда ұзындығы 2022 болатын арқан бар. Әр жүріс сайын олар арқанның бөлігін алып, оны ұзындығы нөл болмайтын екі бөлікке кеседі. Егер ойыншының жүрісінен кейін сол ойыншы ұзындықтары арифметикалық прогрессия құрайтындай 4 арқанның кесінділерін таба алса онда ол жеңеді. Егер ойынды Арлан бастаса, онда дұрыс ойында кім жеңеді?

3. $A = 2 + 2\sqrt{44x^2 + 1}$ болсын. Егер A бүтін сан болса, онда A бүтін санның квадраты болатынын дәлелдеңіз

4. Шексіз көп n натурал саны үшін $a^{n+1} + b^{n+1} + c^{n+1}$ саны $a^n + b^n + c^n$ санына бөлінетіндей, әр түрлі натурал a, b, c сандары табылады ма?

Республиканская юниорская олимпиада по предметам естественно-математического направления

8 класс

Время работы: 3 часа.
Каждая задача оценивается в 7 баллов.

1. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту AD. Известно, что $2CD = BD$. Пусть $K \neq A$ такая точка на описанной окружности треугольника ABC, что $AK \parallel BC$. Пусть S – середина AB. Докажите, что прямая SK перпендикулярна прямой BC.

2. Арлан и Арман играют в игру. У них есть веревка длины 2022. Каждым ходом они берут кусочек веревки, и разрезают его на две ненулевые части. Побеждает тот, кто после своего хода сможет выбрать 4 кусочки веревки так, что их длины образуют арифметическую прогрессию. Если начинает Арлан, кто победит при правильной игре?

3. Пусть $A = 2 + 2\sqrt{44x^2 + 1}$. Докажите, что если A целое число то тогда A квадрат целого числа.

4. Существуют ли различные натуральные числа a, b, c, что число $a^{n+1} + b^{n+1} + c^{n+1}$ делится на $a^n + b^n + c^n$ для бесконечно многих натуральных n?