



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Russian

Day: 1

Воскресенье, 11 апреля 2021 г.

Задача 1. Число 2021 — сказочное. Если для положительного целого m какой-либо элемент из набора $\{m, 2m + 1, 3m\}$ является сказочным, то и все элементы набора являются сказочными. Следует ли из этого, что число 2021^{2021} является сказочным?

Задача 2. Найдите все функции $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ такие, что равенство

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

выполняется для всех рациональных чисел x и y .

Напомним, что \mathbb{Q} — это множество рациональных чисел.

Задача 3. Пусть ABC — треугольник с тупым углом при вершине A . Пусть E и F — точки пересечения внешней биссектрисы угла A с высотами треугольника ABC , проведёнными из вершин B и C соответственно. Точки M и N выбраны на отрезках EC и FB соответственно так, что $\angle EMA = \angle BCA$ и $\angle ANF = \angle ABC$. Докажите, что точки E, F, N и M лежат на одной окружности.

Language: Русский

Время работы: 4 часа 30 минут
Каждая задача оценивается из 7 баллов

Чтобы олимпиада была честной и доставила всем удовольствие, пожалуйста, не упоминайте и не пишите ничего про задачи в интернете и любых социальных сетях до 15:00 13 апреля по московскому времени.