

## Есеп D. Массив және сұраныстар

Енгізу файлының аты: standard input  
Шығару файлының аты: standard output  
Уақыт шектеу: 1.5 seconds  
Жадыға шектеу: 256 megabytes

Абай сізге аңызсыз қарапайым есеп әкелді.

$N$  натурал саннан тұратын  $A$  массиві бар. Оған қоса,  $L, R$  түріндегі  $Q$  сұраныстары берілген. Сұранысқа жауап — бұл  $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$  тізбегінің ішінде,  $X, 2X, 4X, \dots, 2^K \cdot X$  сандарының бәрі кездесетіндей,  $X$  натурал саны табылса,  $K$  ( $K \geq 0$ ) санының ең үлкен мәні.

**Ескерту:** натурал сан деп нөлден үлкен бүтін сандарды айтамыз.

### Енгізу файлының форматы

Бірінші жолда екі  $N$  және  $Q$  ( $1 \leq N, Q \leq 5 \cdot 10^5$ ) натурал сандары берілген.

Екінші жолда  $A$  массиві берілген ( $1 \leq A_i \leq 10^{18}$ ).

Үшінші жолдан бастап сұраныстар,  $L, R$  ( $1 \leq L \leq R \leq N$ ), беріледі.

Әр сұраныс бөлек жолда берілген.

### Шығару файлының форматы

$Q$  жолдарын шығарыңыз,  $i$ -ші жолда  $i$ -ші сұранысқа жауап болуы керек.

### Бағалау жүйесі

| Ішкі есеп | Қосымша шектеулер                          | Ұпайлар | Қажетті ішкі есептер |
|-----------|--------------------------------------------|---------|----------------------|
| 0         | Мысалдар                                   | 0       | —                    |
| 1         | $N = 2, Q = 1$                             | 11      | —                    |
| 2         | $N, Q \leq 300$                            | 16      | 0, 1                 |
| 3         | $N, Q \leq 3000$                           | 23      | 0, 1, 2              |
| 4         | $N, Q \leq 100\,000$                       | 16      | 0, 1, 2, 3           |
| 5         | $N, Q \leq 500\,000, A_i$ —екінші дәрежелі | 19      | —                    |
| 6         | $N, Q \leq 500\,000$                       | 15      | 0, 1, 2, 3, 4, 5     |

### Мысал

| standard input | standard output |
|----------------|-----------------|
| 6 3            | 0               |
| 6 9 12 24 18 9 | 1               |
| 2 3            | 2               |
| 4 6            |                 |
| 1 5            |                 |

### Түсініктеме

Мысалға түсініктеме:

Екінші сұраныста, 18 және 9 сандарын таңдасақ,  $K = 1, X = 9$  шығады.

Үшінші сұраныста — 6, 12, 24 ( $K = 2, X = 6$ ).

## Есеп Е. Қиын қосынды

Енгізу файлының аты: standard input  
Шығару файлының аты: standard output  
Уақыт шектеу: 2.5 seconds  
Жадыға шектеу: 512 megabytes

$n$  элементтен тұратын жиым мен  $m$  сұраныстар берілген. Әр сұраныс екі,  $l$  және  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ) сандарымен сипатталған. Әрбір сұраныс үшін  $l$ -ден  $r$ -ге дейін, барлық ішжиымдардың  $f(a[x...y])^T$  қосындын санау керек. Мұндағы  $a[x...y]$  бұл бастапқы жиымның  $x$ -тан  $y$ -ға дейінгі бөлімі, яғни  $[a_x, a_{x+1}, \dots, a_y]$ , ( $l \leq x \leq y \leq r$ ) жиымы.

Ұзындығы  $k$  болатын  $b$  жиымы үшін  $f(b)$  функциясы, ол  $b$  жиымының префикс-максимумдарын құрайтын, ұзындығы  $k$  болатын  $c$  жиымын тауып, содан кейін  $c$  жиымындағы әртүрлі элементтер санын есептейді.

Басқаша айтқанда,  $c_i = \max(b_1, b_2, \dots, b_i)$  болсын. Сонда  $f(b)$  ол  $c$  жиымындағы әртүрлі элементтер санына тең.

Мысалы,  $b = [3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5]$  үшін префикс-максимумдары  $c = [3, 3, 4, 4, 5, 9, 9, 9, 9]$  жиымын құрайды. Кейін  $c$  жиымында қанша әртүрлі элементтер бар екенін есептейміз, ол 4 тең (3, 4, 5 және 9).

Сіздің есебиңіз - әр сұраныс үшін, оның барлық ішкі жиымдарының қосындысын табатын бағдарлама жазу.

Жауап өте үлкен болуы мүмкін болғандықтан, оны  $10^9 + 7$  санына бөлгендегі қалдығын шығарыңыз.

### Енгізу файлының форматы

Бірінші жолда, үш  $n$ ,  $m$  және  $T$  ( $1 \leq n, m \leq 5 \cdot 10^5, 1 \leq T \leq 2$ ) бүтін сандары бар.

Екінші жолда  $n$  бүтін саннан тұратын  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ) жиыны бар.

Келесі  $m$  жолда, екі  $l_i$  және  $r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ) сандары бар.

### Шығару файлының форматы

$m$  бүтін сан — әр сұранысқа жауапты  $10^9 + 7$  модулі бойынша шығарыңыз.

### Бағалау жүйесі

| Ішкі есеп | Қосымша шектеулер                                         | Ұпайлар | Қажетті ішкі есептер |
|-----------|-----------------------------------------------------------|---------|----------------------|
| 0         | Примеры                                                   | 0       | —                    |
| 1         | $1 \leq n \leq 50, m = 1, T = 1$                          | 7       | —                    |
| 2         | $1 \leq n \leq 5000, 1 \leq m \leq 10^5, T = 1$           | 11      | 1                    |
| 3         | $1 \leq n \leq 5 \cdot 10^5, m = 1, T = 2$                | 18      | —                    |
| 4         | $a_i \leq 10, T = 1$                                      | 15      | —                    |
| 5         | $a_i = i$ , бүкіл $i$ ( $1 \leq i \leq n$ ) үшін, $T = 2$ | 10      | —                    |
| 6         | $1 \leq n, m \leq 10^5, T = 1$                            | 20      | 2                    |
| 7         | —                                                         | 19      | 3, 4, 5, 6           |

## Мысалдар

| standard input | standard output |
|----------------|-----------------|
| 5 6 2          | 41              |
| 1 3 2 1 4      | 6               |
| 1 5            | 12              |
| 2 4            | 12              |
| 3 5            | 3               |
| 1 3            | 6               |
| 2 3            |                 |
| 4 5            |                 |
| 6 5 1          | 13              |
| 4 3 2 5 4 6    | 14              |
| 1 4            | 16              |
| 2 5            | 8               |
| 3 6            | 35              |
| 4 6            |                 |
| 1 6            |                 |

## Түсініктеме

Бірінші мысалдағы 4-сұранысты қарастырайық:  $l_4 = 1, r_4 = 3$ . Сондықтан бізге келесі қосындыларды есептеу керек:

$$f(a[1..1])^2 + f(a[1..2])^2 + f(a[1..3])^2 + f(a[2..2])^2 + f(a[2..3])^2 + f(a[3..3])^2 = 1 + 2^2 + 2^2 + 1 + 1 + 1 = 12.$$

$f(a[1..3]) = f([a_1, a_2, a_3]) = f(1, 3, 2) = 2$ , өйткені жиымының префикс-максимумдарын құрайтын жиым бұл  $[1, 3, 3]$ , және онда екі әртүрлі сан бар.

## Есеп F. Кестені толтыру

Енгізу файлының аты: `standard input`  
Шығару файлының аты: `standard output`  
Уақыт шектеу: 1 second  
Жадыға шектеу: 256 megabytes

Өлшемі  $2 \times n$  болатын кестені *әдемі* деп атаймыз, егер ондағы сандар жолдар бойынша да, бағандар бойынша да артса. Оған қоса, кестедегі бүкіл сандар 1 до  $2 \cdot n$  аралығындағы сандардың ауыстырмасын құрауы керек.

Сізге кейбір ұяшықтары бос, ал кейбіреулері бос емес болатын кесте беріледі.

Сіз кестені әдемі етіп толтыра аласыз, бірақ бұл тапсырма сізге іш пыстырарлық болып көрінеді. Сондықтан сіз кестені әдемі етіп толтырудың қанша әдісі бар екенін білгіңіз келеді. Жауап өте үлкен болуы мүмкін болғандықтан, оны  $10^9 + 7$  санына бөлгендегі қалдығын шығарыңыз.

### Енгізу файлының форматы

Бірінші жолда бір  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ) — кестедегі бағандар саны бар.

Кейін 2 жолмен жалғасады, мұндағы екі жолда, кестенің өзі берілген. Кестедегі сандар 0-ден  $2 \cdot n$ -ге дейінгі мәндерге ие, ал 1 до  $2 \cdot n$ -ге дейінгі сандар бір реттен көп кездеспейді. Егер элементтің мәні 0 болса, онда бұл ұяшық бос болып саналады.

### Шығару файлының форматы

Есептің жауабын  $10^9 + 7$  модулі бойынша шығарыңыз.

### Бағалау жүйесі

| Ішкі есеп | Қосымша шектеулер                               | Ұпайлар | Қажетті ішкі есептер |
|-----------|-------------------------------------------------|---------|----------------------|
| 0         | Примеры                                         | 0       | —                    |
| 1         | $n \leq 100$ , Бүкіл ұяшықтар бос емес          | 5       | —                    |
| 2         | $n \leq 5$                                      | 11      | —                    |
| 3         | $n \leq 5000$ , Бүкіл ұяшықтар бос              | 14      | —                    |
| 4         | $n \leq 2 \cdot 10^5$ , Бүкіл ұяшықтар бос      | 18      | 3                    |
| 5         | $n \leq 5000$                                   | 12      | 1, 2, 3              |
| 6         | $n \leq 2 \cdot 10^5$ , Бір ұяшық ғана бос емес | 14      | —                    |
| 7         | $n \leq 2 \cdot 10^5$                           | 26      | 1, 2, 3, 4, 5        |

### Мысалдар

| standard input      | standard output |
|---------------------|-----------------|
| 3<br>5 0 6<br>4 0 0 | 0               |
| 3<br>0 2 0<br>3 0 0 | 2               |

### Түсініктеме

Бірінші мысалда, кестені әдемі етіп толтыру мүмкін емес.

Екінші мысалда, кестені екі жолмен толтыруға болады:

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 |
| 3 | 5 | 6 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 5 |
| 3 | 4 | 6 |

## Задача D. Массив и запросы

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1.5 секунд  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Абай принес вам простую задачу без легенды.

Задан массив  $A$ , состоящий из  $N$  натуральных чисел, а также  $Q$  запросов вида  $L, R$ . Ответом на запрос является максимальное целое  $K$  ( $K \geq 0$ ), что для него найдется натуральное  $X$ , при котором числа  $X, 2X, 4X, \dots, 2^K \cdot X$  встречаются среди чисел  $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$ . Ваша задача – посчитать ответ на каждый запрос.

**Примечание:** натуральным называется целое число больше нуля.

### Формат входных данных

В первой строке выходных данных заданы два натуральных числа  $N$  и  $Q$  ( $1 \leq N, Q \leq 5 \cdot 10^5$ ).

Во второй строке задается массив  $A$  ( $1 \leq A_i \leq 10^{18}$ ).

Начиная с третьей строки, задаются запросы  $L, R$  ( $1 \leq L \leq R \leq N$ ).

Каждый запрос задан в отдельной строке.

### Формат выходных данных

Выведите  $Q$  строк, в  $i$ -й строке должен быть ответ на  $i$ -й запрос.

### Система оценки

| Подзадача | Дополнительные ограничения                 | Баллы | Необходимые подзадачи |
|-----------|--------------------------------------------|-------|-----------------------|
| 0         | Примеры                                    | 0     | —                     |
| 1         | $N = 2, Q = 1$                             | 11    | —                     |
| 2         | $N, Q \leq 300$                            | 16    | 0, 1                  |
| 3         | $N, Q \leq 3000$                           | 23    | 0, 1, 2               |
| 4         | $N, Q \leq 100\,000$                       | 16    | 0, 1, 2, 3            |
| 5         | $N, Q \leq 500\,000, A_i$ – степени двойки | 19    | —                     |
| 6         | $N, Q \leq 500\,000$                       | 15    | 0, 1, 2, 3, 4, 5      |

### Пример

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|------------------|-------------------|
| 6 3              | 0                 |
| 6 9 12 24 18 9   | 1                 |
| 2 3              | 2                 |
| 4 6              |                   |
| 1 5              |                   |

### Замечание

Пояснение к примеру:

В во втором запросе можно выбрать 18 и 9, тогда  $K = 1, X = 9$ .

В третьем запросе – 6, 12 и 24 ( $K = 2, X = 6$ ).

## Задача Е. Сложная сумма

|                         |                   |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла:     | стандартный ввод  |
| Имя выходного файла:    | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 2.5 секунд        |
| Ограничение по памяти:  | 512 мегабайт      |

Дан массив из  $n$  чисел, а также  $m$  запросов. Каждый запрос содержит два числа  $l$  и  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ). Необходимо для каждого запроса вычислить сумму всех подмассивов  $f(a[x\dots y])^T$  от  $l$  до  $r$ , где  $a[x\dots y]$  - это часть исходного массива, начинающаяся с  $x$  и заканчивающаяся  $y$  ( $l \leq x \leq y \leq r$ ), то есть массив  $[a_x, a_{x+1}, \dots, a_y]$ .

Для массива  $b$  длины  $k$ , функция  $f(b)$  находит массив  $c$  длины  $k$ , который представляет собой префикс-максимумы массива  $b$ , а затем считает количество уникальных чисел в массиве  $c$ .

Более формально, пусть  $c_i = \max(b_1, b_2, \dots, b_i)$ . Тогда  $f(b)$  равна количеству уникальных чисел в массиве  $c$ .

Например, для массива  $b = [3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5]$ , мы получаем массив префикс-максимумов  $c = [3, 3, 4, 4, 5, 9, 9, 9, 9]$ . Затем мы считаем количество уникальных чисел в  $c$ , которое равно 4 (3, 4, 5 и 9).

Ваша задача - написать программу, которая будет для каждого запроса будет находить сумму всех его подмассивов.

Так как ответ может быть очень большим, выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

### Формат входных данных

В первой строке заданы три целых числа  $n$ ,  $m$  и  $T$  ( $1 \leq n, m \leq 5 \cdot 10^5, 1 \leq T \leq 2$ ).

Во второй строке заданы  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ).

В следующих  $m$  строках заданы по два целых числа  $l_i$  и  $r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ).

### Формат выходных данных

Выведите  $m$  целых числа — ответ на каждый запрос по модулю  $10^9 + 7$ .

### Система оценки

| Подзадача | Дополнительные ограничения                            | Баллы | Необходимые подзадачи |
|-----------|-------------------------------------------------------|-------|-----------------------|
| 0         | Примеры                                               | 0     | —                     |
| 1         | $1 \leq n \leq 50, m = 1, T = 1$                      | 7     | —                     |
| 2         | $1 \leq n \leq 5000, 1 \leq m \leq 10^5, T = 1$       | 11    | 1                     |
| 3         | $1 \leq n \leq 5 \cdot 10^5, m = 1, T = 2$            | 18    | —                     |
| 4         | $a_i \leq 10, T = 1$                                  | 15    | —                     |
| 5         | $a_i = i$ для всех $i$ ( $1 \leq i \leq n$ ), $T = 2$ | 10    | —                     |
| 6         | $1 \leq n, m \leq 10^5, T = 1$                        | 20    | 2                     |
| 7         | —                                                     | 19    | 3, 4, 5, 6            |

## Примеры

| стандартный ввод                                             | стандартный вывод             |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 5 6 2<br>1 3 2 1 4<br>1 5<br>2 4<br>3 5<br>1 3<br>2 3<br>4 5 | 41<br>6<br>12<br>12<br>3<br>6 |
| 6 5 1<br>4 3 2 5 4 6<br>1 4<br>2 5<br>3 6<br>4 6<br>1 6      | 13<br>14<br>16<br>8<br>35     |

## Замечание

Рассмотрим 4-й запрос первого примера:  $l_4 = 1, r_4 = 3$ . Получается нам нужно посчитать сумму  $f(a[1..1])^2 + f(a[1..2])^2 + f(a[1..3])^2 + f(a[2..2])^2 + f(a[2..3])^2 + f(a[3..3])^2 = 1 + 2^2 + 2^2 + 1 + 1 + 1 = 12$ .

$f(a[1..3]) = f([a_1, a_2, a_3]) = f(1, 3, 2) = 2$ , так как массив префиксных максимумов будет выглядеть как  $[1, 3, 3]$  и в ней два различных числа.

## Задача F. Заполнение таблицы

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Таблица размера  $2 \times n$  называется *красивой* если числа в ней возрастают как по строкам, так и по столбцам, более того, все числа в таблице должны образовывать **перестановку** чисел от 1 до  $2 \cdot n$ .

Вам дана таблица в которой некоторые клетки заняты, а некоторые свободны.

Вы уже умеете заполнять таблицу так, чтобы она стала красивой, и эта задача вам кажется скучной. Поэтому вы хотите узнать сколько есть способов заполнить таблицу таким образом, чтобы она была красивой. Так как ответ может быть очень большим, выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

### Формат входных данных

В первой строке дано одно натуральное число  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ) — количество столбцов в таблице.

Далее следуют 2 строки, в этих двух строках вам дана сама таблица. Числа в таблице имеют значения от 0 до  $2 \cdot n$ , при этом числа от 1 до  $2 \cdot n$  встречаются **не более одного раза**. Если значение элемента равно 0, то это клетка считается пустой.

### Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу по модулю  $10^9 + 7$ .

### Система оценки

| Подзадача | Дополнительные ограничения                  | Баллы | Необходимые подзадачи |
|-----------|---------------------------------------------|-------|-----------------------|
| 0         | Примеры                                     | 0     | —                     |
| 1         | $n \leq 100$ , Нет свободных клеток         | 5     |                       |
| 2         | $n \leq 5$                                  | 11    | —                     |
| 3         | $n \leq 5000$ , Нет занятых клеток          | 14    | —                     |
| 4         | $n \leq 2 \cdot 10^5$ , Нет занятых клеток  | 18    | 3                     |
| 5         | $n \leq 5000$                               | 12    | 1, 2, 3               |
| 6         | $n \leq 2 \cdot 10^5$ , Одна занятая клетка | 14    | —                     |
| 7         | $n \leq 2 \cdot 10^5$                       | 26    | 1, 2, 3, 4, 5         |

### Примеры

| стандартный ввод    | стандартный вывод |
|---------------------|-------------------|
| 3<br>5 0 6<br>4 0 0 | 0                 |
| 3<br>0 2 0<br>3 0 0 | 2                 |

### Замечание

В первом примере нет ни единого способа заполнить таблицу так чтобы она была красивой.

Во втором примере есть две красивые таблицы которые могут получиться:

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 |
| 3 | 5 | 6 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 5 |
| 3 | 4 | 6 |