

Комплект задач
Beyond Olympiad #2
по математике I тур
7-9 классы
19 февраля 2022

РЕГЛАМЕНТ ОЛИМПИАДЫ

На выполнение олимпиады Вам дается 3 часа. Начало олимпиады: 11:00 по времени Алматы, конец олимпиады – 14:00. По завершении ваши решения необходимо отправить с помощью платформы [Gradescope](#).

Инструкция по выполнению и оформлению:

Выполнять задания Вы можете в любом порядке, при этом необходимо

- Оформлять каждую задачу на отдельном листе;
- Вверху листа писать номер задачи, но при этом запрещается писать ФИО, инициалы или какие-либо другие личные идентификаторы;
- Если решение задачи требует больше одного листа, то в конце страницы следует написать "(Продолжение задачи на следующей странице)". При этом вверху следующей страницы необходимо пометить, что это является продолжением определенной задачи;
- Рекомендуется придерживаться понятного и разборчивого почерка, избегать грязи и зачеркиваний.

Инструкции по отправке решений:

Необходимо завершить выполнение заданий не позднее 14:00 по времени Алматы. По окончании работы, вам необходимо объединить сканы ваших решений в один pdf-файл. Отметим, что в Google Play и AppStore есть множество приложений (PDF scanner, scanner app, scanbot и другие), предназначенных для этих целей. PDF-файл необходимо загрузить на сайт [Gradescope](#). Код курса: P536BW.

Памятка участнику:

- Из канцелярских принадлежностей **разрешаются только**: карандаши, ручки, ластик, линейка, циркуль;
- **Строго запрещается** пользоваться помощью посторонних людей и дополнительной литературой, включая интернет-источники и учебные пособия;
- Попытки списывания и нарушения академической честности будут **наказаны баном** на [ask.bc-pf.org](#) сроком на год.

Результаты будут оглашены до xx февраля 2022 года.

При наличии вопросов по проведению олимпиады следует также писать на форум [ask.bc-pf.org](#) или в официальные аккаунты соц. сетей ОФ “Beyond Curriculum”.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

1. Докажите, что в группе из 2022 людей существует два человека, у которых одинаковое количество друзей в этой группе.
2. Пусть a, b, c – положительные числа. Докажите неравенство:

$$\sqrt{ab + bc} + \sqrt{bc + ca} + \sqrt{ac + ab} \leq \sqrt{2}(a + b + c).$$

3. В треугольнике ABC I – центр вписанной окружности. Окружность Ω проходит через точку B и касается прямой AI в точке I . Ω пересекает AB и BC второй раз в точках P и Q соответственно, а прямая QI пересекает AC в точке R . Докажите, что $AR \cdot BQ = PI^2$.