

Комплект задач
Beyond Olympiad #1
по математике
II тур
10 классы
23 июня 2021

Регламент олимпиады

На выполнение олимпиады Вам дается 4 часа. Начало олимпиады: 10:00 по времени Алматы, конец олимпиады – 14:00. По завершении ваши решения необходимо отправить с помощью платформы [Gradescope](#). (Инструкции по отправке см. ниже.)

Инструкция по выполнению и оформлению:

Выполнять задания Вы можете в любом порядке, при этом **необходимо**

- Оформлять каждую задачу на отдельном листе;
- Вверху листа писать номер задачи, но при этом **запрещается** писать ФИО, инициалы или какие-либо другие личные идентификаторы.
- Если решение задачи требует больше одного листа, то в конце страницы следует написать (Продолжение задачи номер __ на следующей странице). При этом вверху следующей страницы необходимо пометить, что это является продолжением определенной задачи;
- **Рекомендуется** придерживаться понятного и разборчивого почерка, избегать грязи и зачеркиваний.

Инструкции по отправке решений:

Необходимо завершить выполнение заданий не позднее 14:00 по времени Алматы. По окончании работы, вам необходимо объединить сканы ваших решений в один pdf-файл. Отметим, что в Google Play и AppStore есть множество приложений (PDF scanner, scanner app, scanbot и другие), предназначенных для этих целей. PDF-файл необходимо загрузить на сайт gradescope.com. Код курса: **P536BW**.

Памятка участнику:

- Из канцелярских принадлежностей **разрешаются только**: карандаши, ручки, ластик, линейка, циркуль.
- **Строго запрещается** пользоваться помощью посторонних людей и дополнительной литературой, включая интернет-источники и учебные пособия.
- Попытки списывания и нарушения академической честности будут наказаны **баном** на ask.bc-pf.org сроком на год.

Результаты будут оглашены до 10 июля 2021 года.

При наличии вопросов по проведению олимпиады следует также писать на форум ask.bc-pf.org или в официальные аккаунты соц. сетей ОФ “Beyond Curriculum”.

4. Продолжение биссектрисы BL треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке K . Биссектриса внешнего угла B пересекает продолжение отрезка CA за точку A в точке N . Докажите, что если $BK = BN$, то отрезок LN равен диаметру описанной окружности треугольника ABC .
5. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\left\lfloor \frac{a+b+c}{d} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b+c+d}{a} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c+d+a}{b} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{d+a+b}{c} \right\rfloor,$$

где a , b , c , и d — положительные целые числа.

(Здесь $\lfloor x \rfloor$ обозначает наибольшее целое число, которое меньше или равно x . Например $\lfloor 2.5 \rfloor = 2$, $\lfloor 0 \rfloor = 0$.)

6. Арман и Батыр играют в игру на клетчатой доске 1×2000 . Они ходят по очереди, и каждый на своем ходу выбирает клетку и вписывает в нее S или же O . Начинает Арман. Первый игрок, на чьем ходу будет создан ряд из трех последовательных клеток, читающийся как SOS , выигрывает. Причем, если никто не выиграл после того, как все клетки были отмечены, объявляется ничья. Докажите, что Батыр может выиграть независимо от ходов Армана.

[Каждая задача оценивается в 7 баллов]