

**Комплект задач
Beyond Olympiad #1
по математике
I тур
11 классы
22 июня 2021**

Регламент олимпиады

На выполнение олимпиады Вам дается 4 часа. Начало олимпиады: 10:00 по времени Алматы, конец олимпиады – 14:00. По завершении ваши решения необходимо отправить с помощью платформы [Gradescope](https://gradescope.com). (Инструкции по отправке см. ниже.)

Инструкция по выполнению и оформлению:

Выполнять задания Вы можете в любом порядке, при этом **необходимо**

- Оформлять каждую задачу на отдельном листе;
- Вверху листа писать номер задачи, но при этом **запрещается** писать ФИО, инициалы или какие-либо другие личные идентификаторы.
- Если решение задачи требует больше одного листа, то в конце страницы следует написать (Продолжение задачи номер __ на следующей странице). При этом вверху следующей страницы необходимо пометить, что это является продолжением определенной задачи;
- **Рекомендуется** придерживаться понятного и разборчивого почерка, избегать грязи и зачеркиваний.

Инструкции по отправке решений:

Необходимо завершить выполнение заданий не позднее 14:00 по времени Алматы. По окончании работы, вам необходимо объединить сканы ваших решений в один pdf-файл. Отметим, что в Google Play и AppStore есть множество приложений (PDF scanner, scanner app, scanbot и другие), предназначенных для этих целей. PDF-файл необходимо загрузить на сайт gradescope.com. Код курса: **P536BW**.

Памятка участнику:

- Из канцелярских принадлежностей **разрешаются только**: карандаши, ручки, ластик, линейка, циркуль.
- **Строго запрещается** пользоваться помощью посторонних людей и дополнительной литературой, включая интернет-источники и учебные пособия.
- Попытки списывания и нарушения академической честности будут наказаны **баном** на ask.bc-pf.org сроком на год.

Результаты будут оглашены до 10 июля 2021 года.

При наличии вопросов по проведению олимпиады следует также писать на форум ask.bc-pf.org или в официальные аккаунты соц. сетей ОФ “Beyond Curriculum”.

Условия задач

1. 2021 записана в виде суммы нескольких натуральных слагаемых. Найдите максимально возможное произведение этих слагаемых.
2. Определите все такие функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такие, что

$$f(x)f(y) = f(x + y) + xy \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

(Здесь \mathbb{R} обозначает множество вещественных чисел.)

3. Существует выпуклый четырехугольник $ABCD$ и точка X внутри нее, такая что $\angle DAX = \angle CBX$. Докажите, что основания перпендикуляров из точки X на отрезки DA, AB, BC , а также середина отрезка AB лежат на одной окружности.

[Каждая задача оценивается в 7 баллов]