

**Математика пәні бойынша**  
**Beyond Olympiad #1**

**тапсырмалар жиынтығы**

I тур

11-сыныптар

22 маусым 2021

## Олимпиада регламенті

---

Олимпиаданы орындауға 4 сағат беріледі. Олимпиаданың басталуы: 10:00 (Алматы уақыты), олимпиаданың аяқталуы – 14:00. Олимпиаданы аяқтағаннан кейін шешімдеріңізді [Gradescope](https://gradescope.com) платформасы арқылы жіберу керек. (Платформа арқылы жіберу нұсқаулығын төменнен қараңыз.)

### Орындау және ресімдеу жөніндегі нұсқаулық:

Сіз тапсырмаларды кез-келген тәртіпте орындай аласыз, сондай-ақ сізден мына нәрселер талап етіледі:

- Әр тапсырманы жеке парақта ресімдеу
- Парақтың жоғарғы жағына тапсырма нөмірін жазу, бірақ өз атыңызды, тегіңізді немесе басқа жеке мәліметтеріңізді жазуға **тыйым салынады**
- Егер тапсырманы шешу үшін бірнеше парақ қажет болса, онда парақтың соңына жазу керек ( №\_\_ тапсырманың жалғасы келесі бетте). Сонымен қатар, келесі беттің жоғарғы жағында бұл белгілі бір тапсырманың жалғасы екенін белгілеу керек
- Жазуыңызды түсінікті және таза жазу; бояу мен артық сызуды болдырмау **ұсынылады**

### Тапсырма шешімдерін жіберу бойынша нұсқаулық:

Тапсырмаларды орындауды Алматы уақыты бойынша 21:00-ден кешіктірмей аяқтау қажет. Жұмыстың соңында жауаптарыңыздың скан-нұсқасын бір pdf-файлға біріктіру керек. Google Play және AppStore-да осы мақсаттарға арналған көптеген қосымшалар бар (PDF scanner, scanner app, scanbot және басқалары). Бұл PDF-файлды міндетті түрде [gradescope.com](https://gradescope.com) сайтына жүктеу керек. Курс коды: **P536BW**.

### Қатысушыға жадынама:

- Кеңсе заттарынан тек қана қарындаштар, қаламдар (ручка), өшіргіш, сызғыш, циркуль **рұқсат етіледі**.
- Бөтен адамдардың көмегі мен қосымша әдебиетті, интернет-дереккөздерді және оқу құралдарын пайдалануға **қатаң тыйым салынады**.
- Академиялық адалдықты бұзу және сақтамау әрекеттер [ask.bc-pf.org](https://ask.bc-pf.org)-та бір жыл мерзімге **бан тізіміне** алыну арқылы жазаланады.

Нәтижелер 2021 жылдың 10 шілдесіне дейін жарияланады.

Олимпиадаға қатысты сұрақтарыңыз болса, [ask.bc-pf.org](https://ask.bc-pf.org) форумына немесе ҚҚ «Beyond Curriculum» ресми әлеуметтік желілеріне жазыңыз.

## Есеп шарттары

---

1. 2021 бірнеше натурал сандардың қосындысы ретінде жазылған. Осы қосылғыштардың көбейтіндісі ең көп дегенде қаншаға тең бола алады?
2. Нақты сандар жиынын  $\mathbb{R}$  деп белгілейік. Кез келген  $x, y \in \mathbb{R}$  үшін

$$f(x)f(y) = f(x + y) + xy$$

орындалатындай барлық  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  функцияларын табыңыз.

3.  $ABCD$  дөңес төртбұрышы мен  $\angle DAX = \angle CBX$  орындалатындай ішінде  $X$  нүктесі берілген.  $X$  нүктесінен  $DA, AB, BC$  кесінділеріне түсірілген перпендикулярлар және  $AB$  кесіндісінің ортасы бір шеңбер бойында жататынын дәлелдеңіз.

**[Әр есеп 7 баллмен бағаланады]**